Résolution d'une équation par balayage

Préambule

Ce programme de **résolution d'équation par balayage** est destiné à un public scolaire fréquentant les classes de premières et terminales des lycées de l'enseignement français.
Pour résoudre des équations de la forme $f(x) = 0$, il utilise le théorème suivant :
Théorème :
Si une fonction *f* est continue et strictement monotone sur un intervalle réel I quelconque, alors :

1) **L'ensemble des $f(x)$ avec x appartenant à I est un intervalle J, dont les bornes sont les limites de *f* aux bornes de I.**
2) **Pour tout réel *k* de J, l'équation $f(x) = k$ admet une solution unique dans I.**

Programme

Le programme est appelé **BAL 84** et ne comporte pas de sous-programme.
Le programme, à l'exécution, demande d'introduire l'expression de $f(x)$, telle qu'on la lit (c'est-à-dire sans l'écrire entre guillemets).
Ensuite, le programme affiche la **représentation graphique de *f***.

Dans la pratique, les exercices à résoudre demandent de trouver des racines dont les bornes ne sont pas des nombres de valeur absolue très grande. Sur la représentation graphique, il est donc prévu (et c'est obligatoire de faire un zoom) d'encadrer graphiquement la solution unique de l'équation entre deux valeurs entières.

Une fois trouvées ces deux valeurs entières, le programme demande l'ordre P des valeurs décimales approchées par défaut et excès des solutions. Il faut ensuite donner la valeur par défaut X de la solution.

Le programme donne alors sous forme de listes les « racines » par défaut et par excès de l'équation à l'ordre voulu et aussi les images de ces valeurs.
Pour soulager le travail de la calculatrice, il est recommandé de commencer par 1, puis 2, etc…jusqu'à l'ordre demandé.

Exemple d'utilisation du programme

Soit à résoudre l'équation : $x^3 + x + 1 = 0$.
Une étude de la fonction f définie par $f(x) = x^3 + x + 1$ montre qu'elle est dérivable (donc continue) sur $\mathbb{R}$ et aussi monotone sur ce même intervalle. L'équation admet donc une solution unique.
Dans le programme, on introduit l'expression $F(X) = 1+X+X^3$.
La machine affiche ensuite la représentation graphique de f. En faisant le zoom obligatoire, on trouve que la racine est comprise entre – 1 et 0.
Son approximation décimale d'ordre 1 est obtenue en entrant P = 1 et ensuite, X = -1.
On obtient alors la liste {RACDEF, RACEXC} = { -0.7, -0.6}, ce qui signifie que la racine est comprise entre -0,7 et -0,6.
On peut demander davantage de précision, à l'invite du programme. Par exemple on peut demander la précision au centième. On définit alors P = 2 et X = - 0,7.
On obtient alors l'encadrement de la racine entre -0,69 et -0,68.
Si on désire un encadrement au millième, on réitère le processus avec P = 3 et X = -0,69.
On obtient alors l'encadrement de la racine entre -0,683 et -0,682.

Remarque

• Ce programme fait appel à un théorème qu'il est impératif de connaître.

Si on veut résoudre une équation du type $f(x) = k$, avec $k \neq 0$, il suffit de remplacer $f(x)$ **par** $f(x) - k$ **.**

Il fonctionne sur TI-84 Plus C Silver Edition.

A. CHARLES.