FM10

Résolution d'une Equation Différentielle

1. Premier ordre

➢ *Equation seule*

✓ *Solution générale (résolution de EDLH1)*

✓ *Solution particulière*

$$S_{\mathbb{R}}(L) = \{\varphi_0\} + S_{\mathbb{R}}(H)$$

Variation de la constante

✓ *Jonction (points où la fonction non définie ou quand les coefficients de y' s'annule)*

➢ *Système d'équations*

<u>Solution générale</u>

✓ *Ecriture matricielle*

$$\begin{pmatrix} \varphi_1' \\ \vdots \\ \varphi_n' \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix} + B$$

$$X' = A \cdot X + B$$

✓ *On diagonalise A en* Δ

$$\Delta = P^{-1} \cdot A \cdot P$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix}$$

✓ *On résout la nouvelle équation matricielle en posant* $X = P \cdot Y$

$$Y' = \Delta \cdot Y$$

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ \vdots \\ y_n' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\forall i, y_i = k_i \cdot e^{\lambda_i t}$$

✓ *On en déduit la solution générale*

$$X = P \cdot Y$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Solution particulière

✓ *On considère* $\forall i, \varphi_i = \alpha_i = cste$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} + B$$

$$A \cdot \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = -B$$

2. Deuxième ordre

➢ *Equation seule*

✓ *On développe en série entière*

✓ *On utilise la méthode de Lagrange (on pose* $y = k(x) \cdot S_{\mathbb{R}}(H)$ *)*

✓ *On réalise les jonctions*

➢ *Système d'équations*

✓ *Ecriture matricielle*

$$X = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \\ \varphi_1' \\ \vdots \\ \varphi_n' \end{pmatrix} \qquad X' = \begin{pmatrix} \varphi_1' \\ \vdots \\ \varphi_n' \\ \varphi_1'' \\ \vdots \\ \varphi_n'' \end{pmatrix}$$

$$X' = A \cdot X$$

✓ *On utilise le même procédé qu'au premier ordre*

Diagonalisation

Résolution des y

$$X = P \cdot Y$$