Les dérivées

1 Définition

- Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit $a \in I$. On dit que f est dérivable en a si $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = l$, où l est un nombre réel.
  Dans ce cas, le réel l est noté $f'(a)$ et c'est le nombre dérivé au point d'abscisse a.
  C'est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse a.

2 Equation de la tangente

- Au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

3 Approximation affine par la méthode d'Euler

- Quand h est petit (en valeur absolue) : $f(a+h) \approx f(a) + hf'(a)$.

4 Dérivabilité et continuité

- Si f est dérivable sur un intervalle I alors elle est continue sur I (mais ce n'est pas réciproque !)

5 Fonctions composées

- $[g \circ f(x)]' = f'(x) \times g'(f(x))]$
- Tableau des dérivées de composées de deux fonctions :

Fonction :	$\cos u$	$\sin u$	u^n	u^{n-1}	$\sqrt{u}$
Dérivée :	$-u' \times \sin u$	$u' \times \cos u$	$nu'u^{n-1}$	$-nu'u^{n-1}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

6 Dérivées et opérations

Fonction :	$u+v$	ku	uv	$\frac{1}{v}$	$\frac{u}{v}$
Dérivée :	$u'+v'$	ku'	$u'v+v'u$	$-\frac{v'}{v^2}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$

7 Application de la dérivation aux calculs de limites

- Dans le cas des expressions de la forme : $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ (avec f dérivable en a). En effet on a : $\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$.
  Il suffit donc de calculer le nombre dérivé en a de f pour avoir la limite recherchée.