

Logarithmes

1 Le logarithme népérien

1.1 Définition

- Le logarithme népérien, noté \ln est la bijection réciproque de la fonction exponentielle.
- Son intervalle de définition est : $]0; +\infty[$.
- Pour tout $x \in \mathbb{R} : \ln(e^x) = x$.
- : pour tout $x \in]0; +\infty[: e^{\ln x} = x$

1.2 Propriétés (pour $a > 0$ et $b > 0$)

- $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$
- $\ln 1 = 0$ et $\ln e = 1$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ et $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$
- $\ln(a^n) = n \ln a$ et $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \times \ln a$
- $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$ et $\ln a > \ln b \Leftrightarrow a > b$
- $\ln x = q \Leftrightarrow x = e^q$

1.3 Dérivées

- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- $(\ln \circ u)' = \frac{u'}{u}$

1.4 Intégrale

- $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + k$
- $\int \frac{u'}{u} dx = \ln |u| + k$

1.5 limites

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$ ($n \in \mathbb{N}^*$)
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$

2 Logarithme décimal

- C'est : $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$
- On a bien évidemment : $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$; $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$.