Probabilités

1 Probabilités conditionelles

- On appelle probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$ le quotient $\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$
- Donc : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$; et on a aussi : $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$
- $P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1$
- $0 \leq P_A(B) \leq 1$

2 Formules de probabilités totales

- Si A, B, et C forment une partition de l'univers, alors : $P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D)$.

3 Evènements indépendants

3.1 Définition

- Deux évènements N et C sont dit indépendants si, et seulement si : $P(N \cap C) = P(N) \times P(C)$

3.2 Propriété

- Les évènements N et C de probabilité non nulle sont indépendants si, et seulement si : $P(N) = P_C(N)$ ou : $P(C) = P_N(C)$

4 Variables indépendantes

- Deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes si, et seulement si, pour tout i et pour tout$j$: $P((X = x_i) \cap (Y = y_j)) = P(X = x_i) \times P(Y = y_j)$.

5 Combinaisons

5.1 Définition

- On désire prendre simultanément p objets dans un ensemble en contenant n ($p \leq n$). Le nombre de possibilités est égal à $\binom{n}{p}$ (se lit "p parmi n").
  On a : $\binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)!\times p!}$

5.2 Propriétés

- $\binom{n}{0} = 1$ et $\binom{n}{n} = 1$
- $\binom{n}{1} = n$ et $\binom{n}{n-1} = n$
- $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$

6 Binôme de Newton

- c'est : $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} a^{n-k} \times b^k$
- Et on a aussi : $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

7 Loi binomiale

- On répète n fois, de manière indépendante, une même expérience ayant deux issues (succès ou échec), avec $P(S) = p$ et $P(\overline{S}) = 1 - p$.
  La loi de probabilité de la variable X, égale au nombre de succès, parmi les n épreuves est une loi binomiale de paramètres n et p. On note : $\mathcal{B}(n, p)$
  et : $P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$.