

TD N°5/5 - 2024-2025 – BETON ARME – 1^{er} SEMESTRE

POUTRE RECTANGULAIRE – ARMATURES TRANSVERSALES - SUJET A TRAITER

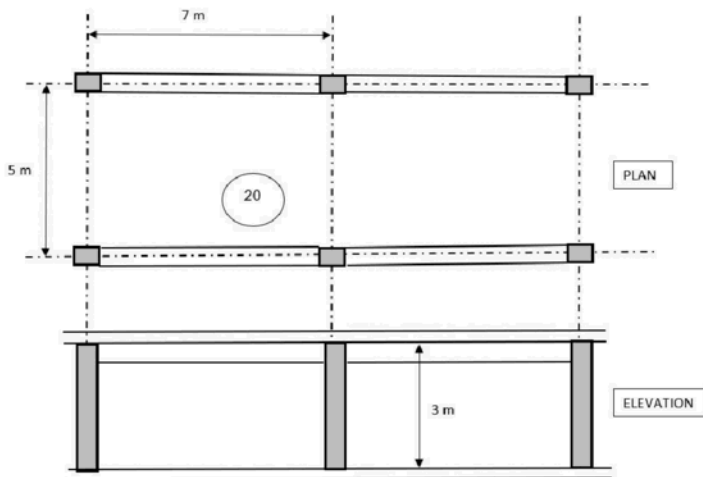
On considère la structure de bâtiment suivante :

Bâtiment R+7 à structure porteuse poteaux-poutres et dalles pleines d'épaisseur 20 cm. Dalle pleine de toiture identique à celles des étages courants. Trame 7 m x 5 m. Hauteur de surface de dalle à sous-face de dalle = 3 m.

Poteaux de section 0,70 m x 0,50 m

Poutres rectangulaires dans le prolongement des poteaux et de retombées sous dalle 0,35 m

Contreventement par les cages d'escalier : on suppose les poteaux soumis à des charges verticales uniquement.



Béton C25/30 Armatures HA500 Classes d'exposition XC1 en intérieur et XC3 en extérieur.

Masse volumique du béton armé : 25 kN/m³

Charges permanentes : G = poids propre $G' = 1 \text{ kN/m}^2$

Charges d'exploitation Q (stockage) = 7,5 kN/m²

Calculs effectués en situation de projet durable.

- 1) Déterminer la valeur de l'effort tranchant V_{Ed} (ELU) agissant sur une poutre courante en considérant que chacune des poutres est isostatique (pas de continuité entre les poutres successives sur une même file) ;
- 2) Vérifier que la section de poutre et la résistance du béton sont suffisantes pour reprendre les efforts de compression (bielles du modèle treillis à 45° et armatures verticales – bras de levier $Z = 0,40$ m – hauteur utile $d = 0,49$ m, armatures longitudinales $A_s = 37,70$ cm²)
- 3) Vérifier la nécessité d'armatures transversales pour participer à la reprise de l'effort tranchant ;
- 4) Déterminer la densité d'armatures transversales nécessaires pour la reprise de l'effort tranchant (armatures longitudinales inférieures 3 lits : 5HA20 + 5 HA20 + 5 HA14) ;
- 5) Faire le choix des armatures transversales et de leur espacement minimal ;
- 6) Vérifier les dispositions constructives : espacement maximal des cours d'armatures transversales et pourcentage maxi d'armatures d'effort tranchant ;
- 7) Déterminer la suite des espacements des cours d'armatures transversales par la méthode de Caquot ;
- 8) Réaliser l'épure d'arrêt des barres concernant les armatures longitudinales.

DOCUMENTATION TECHNIQUE

Pour mémoire, portée effective de la poutre : 7,28 m

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} \cdot \vartheta \cdot b_w \cdot z \cdot f_{cd}$$

$$\vartheta = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

$$V_{Rdc} = \left[C_{Rdc} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d$$

Sans être inférieur à : $[\vartheta_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$

$$\vartheta_{min} = \frac{0,34}{\gamma_c} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

Pour les dalles bénéficiant d'un effet de redistribution transversale sous le cas de charge considéré

$$\vartheta_{min} = \frac{0,053}{\gamma_c} \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

Pour les poutres et pour les dalles autres que celles considérées

$$\vartheta_{min} = \frac{0,35}{\gamma_c} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

Pour les voiles

$$C_{Rdc} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{A_c}$$

$$V_{Rds} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot Z \cdot f_{ywd}$$

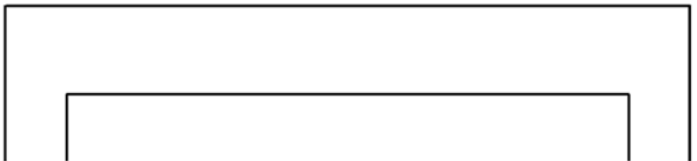
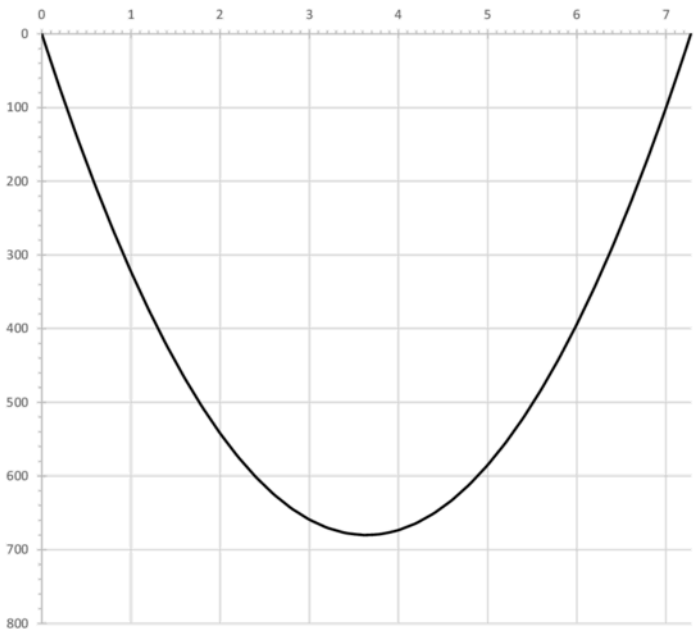
$$s_{t,max} = 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha)$$

$$\rho_{w,max} = \frac{A_{sw,max}}{b_w \cdot s}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} \leq 1$$

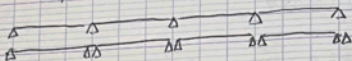
Φ	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
1	0,20	0,28	0,50	0,79	1,13	1,54	2,01	3,14	4,91	8,04	12,57
2	0,39	0,57	1,01	1,57	2,26	3,08	4,02	6,28	9,82	16,08	25,13
3	0,59	0,85	1,51	2,36	3,39	4,62	6,03	9,42	14,73	24,13	37,70
4	0,79	1,13	2,01	3,14	4,52	6,16	8,04	12,57	19,64	32,17	50,27
5	0,98	1,41	2,51	3,93	5,65	7,70	10,05	15,71	24,54	40,21	62,83
6	1,18	1,70	3,02	4,71	6,79	9,24	12,06	18,85	29,45	48,25	75,40
7	1,37	1,98	3,52	5,50	7,92	10,78	14,07	21,99	34,36	56,30	87,96
8	1,57	2,26	4,02	6,28	9,05	12,32	16,08	25,13	39,27	64,34	100,53
9	1,77	2,54	4,52	7,07	10,18	13,85	18,10	28,27	44,18	72,38	113,10
10	1,96	2,83	5,03	7,85	11,31	15,39	20,11	31,42	49,09	80,42	125,66

ANNEXE – Courbe du moment fléchissant pour épure d'arrêt des barres



TD - Béton armée

1) Déterminer la valeur d'effort tranchant. Ved en considérant la poutre isostatique :



① actions permanente sur la poutre :
pds ppe dalle appliqué poutre :

$\gamma_{\text{béton}} \times e_p \text{ dalle} \times \text{entraxe dalle}$

$$25 \text{ kN/m}^3 \times 0,2 \times 5 = 25 \text{ kN/ml}$$

pds ppe retombée poutre :

$\gamma_{\text{béton}} \times h \text{ retombée} \times l \text{ poutre}$

$$25 \times 0,35 \times 0,5 = 4,4 \text{ kN/ml}$$

$$g_1: 1 \text{ kN/m}^2 \quad 1,0 \times 5,0 \text{ m} = 5 \text{ kN/ml}$$

$$\Sigma g = 34,4 \text{ kN/ml}$$

② actions variables : g appliqué à la poutre

$$7,5 \text{ kN/m}^2 \times 5,0 \text{ m} = 37,5 \text{ kN/ml}$$

③ Calcul Ved :

charges uniformément réparties \rightarrow

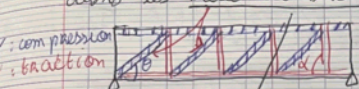
$$V = p_u \frac{l}{2}$$

$$p_u = 1,35g + 1,5q = 102,7 \text{ kN/ml}$$

$$V_{ed} = p_u \frac{l}{2} = 102,7 \cdot \frac{6,3}{2} = 323,4 \text{ kN}$$

avec $l = \text{portée poutre} = l - 0,7 = 6,3 \text{ m}$
 $[V_{ed} = 323,4 \text{ kN}]$

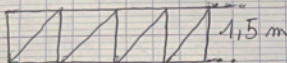
e) section poutre et résistance du béton sont suffisantes pour reprendre les efforts de compression dans les bielles de béton;



θ : inclinaison bielle (45°)

α : inclinaison barre verticale (90°)

poutre treillis schéma:



(particularité: longue portée donc pas besoin de poteau)

On demande de prendre $\theta = 45^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$
 le bras de levier $z = 0,4 \text{ m}$ $d = 0,43 \text{ m}$
 et on sait que $A_{s, \text{long}} = 37,7 \text{ cm}^2$
 la vérification des bielles: $V_{ed} \leq V_{rd, \text{max}}$

avec $V_{rd, \text{max}}$: effort de compression résistant du béton.

$$V_{rd, \text{max}} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot b_w \cdot z \cdot f_{cd}$$

$$V = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ctd}}{250}\right) = 0,54 ; b_w = 0,5 \text{ m et } z = 0,4 \text{ m}$$

$$f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa.}$$

$$V_{rd, \text{max}} = 900 \text{ kN} > V_{ed} = 323,4 \text{ kN}$$

Les bielles comprimées de béton résistent avec effort de compression engendré par l'effort tranchant extérieur.

3) Vérification de la nécessité d'armatures transversales pour participer à la reprise de l'effort tranchant.
 Pour effectuer cette vérification je suppose:

V_{ed} et V_{rdc}

V_{rdc} = effort tranchant résistant de la poutre avec le béton seul.

$$V_{rdc} = \text{Max} \left[\left(C_{rdc} \cdot h \cdot \sqrt{100 \rho_1 \cdot f_{ch}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) b_w \cdot d \right. \\ \left. \left(V_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) b_w \cdot d \right]$$

$$C_{rdc} = \frac{0,18}{f_c} \cdot \left[k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right] = 1,64 \text{ en mm}$$

$$\rho_1 = \text{ratio d'armatures} = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = 1,54 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{il faut que } \rho_1 \leq \rho_{Rd} \text{ donc } [\rho_1 = 0,0154]$$

$$k_1 = ? \quad \sigma_{cp} = \frac{N_{ed}}{A} \leftarrow \text{effort normal extérieur} \text{ ici } N_{ed} = 0$$

$$\text{cas 1: } [k_1 \cdot \sigma_{cp} = 0]$$

$$V_{min} = \frac{0,053}{f_c} \cdot h^{3/2} \cdot f_{ch}^{1/2} \cdot \frac{25}{1,64} \text{ MPa}$$

$$V_{rdc} = \text{Max} \left[\left(\frac{0,18}{0,15} \times 1,64 \cdot \sqrt{1,54 \times 25} \right) \times 0,5 \times 0,49 \right. \\ \left. 0,035 \times 1,64^{3/2} \times \sqrt{25} \times 0,5 \times 0,49 \right]$$

$$V_{rdc} = 163 \text{ kN} < V_{ed} = 323,4 \text{ kN}$$

Le béton tout seul est insuffisant, il faut des aciers pour reprendre l'effort tranchant

4) densité d'armatures transversales nécessaires pour représenter reprendre l'effort tranchant.

On cherche $\frac{A_{sw}}{S} ? \frac{cm}{ml}$

$$\left[V_{ads} = \frac{A_{sw}}{S} z \cdot f_{ywd} \right] \quad \left[\frac{A_{sw}}{S} = \frac{V_{ads}}{z \cdot f_{ywd}} \right]$$

en fait il faut que $V_{ads} \geq V_{ed}$ (ELU)

V_{ads} = capacité des aciers à résister à l'effort tranchant extérieur

$$\left[f_{ywd} = f_{yd} \right] = \frac{f_y}{\gamma_s} = \frac{435}{1.1} = 395 \text{ MPa}$$

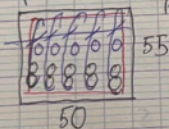
$$\frac{A_{sw}}{S} = \frac{V_{ed}}{z \cdot f_{ywd}}$$

$$\frac{A_{sw}}{S} = 0,00186 \text{ m}^2/\text{ml} = 18,6 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

5)



6) Dispositions constructives : $A_{sw}/S = 18,6 \text{ cm}^2/\text{l}$
pour ϕ_t on choisit entre HA8, 10, 11, 12 et 14



0 HA20

0 HA14

5 bars qui intercept la fissure 5 ϕ_t

je vais fixer A_{sw} pour déterminer S :
choix A_{sw} : épingle ou étrier (peut importe)
5 ϕ_t On choisit $\phi_t = \text{HA8}$ ($A_s = 0,5 \text{ cm}^2$)
 $A_{sw} = S \text{ HA8} = 2,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow S = \frac{2,5}{18,6} \phi_t$
On obtient $\left[S = 13,5 \right]$ ($\phi_t \geq \frac{\phi_t}{3}$)

6) Vérifier l'espacement maximale et les aciers min.
et maxi ?
il faut que $\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{A_{sw}}{s}_{min}$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = \frac{b w \times 0,08 \times \sqrt{f_{ctk}}}{f_{yk}} = 4 \text{ cm}^2 / \text{m} \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)$$

il faut que $s \leq s_{sup}$ ~~$s \leq s_{max}$~~ $s \leq s_{max}$

$$s_{max} = 0,45d / (1 + \cot \alpha) = 0,37 \text{ m}$$

OK pour $s = 13,5 \text{ cm} < 0,37 \text{ m}$

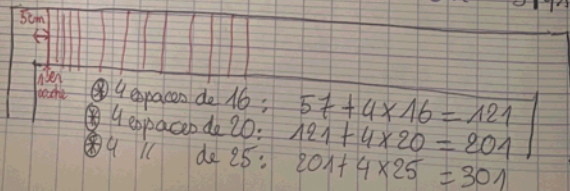
7) Méthode de Laquet

Cette méthode propose des espacements d'armatures d'acier optimisés sans faire le calcul.
La répartition des espacements tjx la m.
7/8/9/10/11/13/16/20/25 ect...

Le nombre d'espacement est égale à la demi longueur de la portée de la poutre.

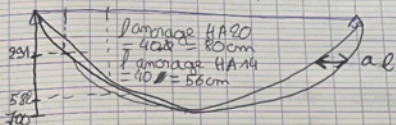
$$nb \text{ espace} = \frac{6,3}{2} \approx 3,15 \Rightarrow 4 \text{ espacements}$$

- ① le 1^{er} cadre est tjx disposé à 5 cm de l'appui
- ② le 2^{ème} cadre est à $s = 13 \text{ cm}$
- ③ on aura 4 espacements de 13 cm $5 + 4 \times 13 = 57$



Il reste 14 cm pour arriver à mi portée.
 ⑧ 1 espacement : $14 + 14 = 28 \text{ cm} < 37 \text{ cm}$

8) Épure d'arrêt des barres (limiter la longueur des barres dans la poutre)



$$A_s \text{ total} = 10 \text{ HA20} + 5 \text{ HA14}$$

$$A_s \text{ total} = 39,1 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ calcul} = 37,7 \text{ cm}^2$$

$$M_{R 10 \text{ HA20} + 5 \text{ HA14}} = 700 \text{ kNm} \left(680 \frac{39,1}{37,7} \right)$$

$$M_{R 5 \text{ HA20}} = 700 \times \frac{15,7}{37,7} = 291 \text{ kNm}$$

$$M_{R 10 \text{ HA20}} = 700 \times \frac{31,4}{37,7} = 582 \text{ kNm}$$