

## Correction detaillee - Exercice 5

### Exercice 5 - Calcul de la pression osmotique

Énoncé :

Calculer la pression osmotique d'une solution de NaCl et d'albumine à une concentration de 30 kg/m<sup>3</sup>.

$M_{\text{NaCl}} = 58.45 \text{ g/mol}$

$M_{\text{albumine}} = 65000 \text{ g/mol}$

Formule de Van't Hoff :

$$\pi = i \cdot C \cdot R \cdot T$$

où :

- $i$  = facteur de dissociation (NaCl  $\rightarrow$  2, albumine  $\rightarrow$  1)
- $C$  = concentration molaire en mol/m<sup>3</sup>
- $R = 8.314 \text{ J/mol/K}$
- $T = 298 \text{ K (25°C)}$

1) NaCl :

$$C = 30 \text{ 000 g/m}^3 / 58.45 \text{ g/mol environ } 513 \text{ mol/m}^3$$

$$\pi = 2 \cdot 513 \cdot 8.314 \cdot 298 \text{ environ } 2 \text{ 542 000 Pa environ } 25.4 \text{ bar}$$

2) Albumine :

$$C = 30 \text{ 000 g/m}^3 / 65000 \text{ g/mol environ } 0.4615 \text{ mol/m}^3$$

$$\pi = 1 * 0.4615 * 8.314 * 298 \text{ environ } 1143 \text{ Pa environ } 0.011 \text{ bar}$$

Résultats :

- Pression osmotique NaCl : environ 25.4 bar
- Pression osmotique albumine : environ 0.011 bar

## Exercice 6 - Concentration d'une solution colloïdale par ultrafiltration

### 1) Type de modèle utilisé :

Le modèle utilisé est basé sur la polarisation de concentration, formulé comme :

$$\ln((C_{\text{gel}} - C_{\text{p}})/(C_{\text{r}} - C_{\text{p}})) = J/k$$

où :

- $C_{\text{gel}}$  = concentration au gel (300 kg/m<sup>3</sup>)
- $C_{\text{r}}$  = concentration rétentat (200 kg/m<sup>3</sup>)
- $C_{\text{p}}$  = concentration perméat environ 0 (puisque rejet = 100%)
- $J$  = flux
- $k$  = coefficient de transfert de masse

Hypothèses :

- Rejet de la membrane = 100%
- La pression osmotique est négligée
- La polarisation de concentration est le facteur limitant

Avantages : modèle simple, rapide, basé sur les flux

Inconvénients : ne prend pas en compte la variation de viscosité, ni l'osmose inverse réelle

### 2) Calcul du coefficient $k$ :

Formule :  $k = 2 \times 10^{-5} \times v^{0.75}$

On applique pour  $v = 1, 2$  et  $3$  m/s :

$$k(1 \text{ m/s}) = 2e-5 \times 1^{0.75} = 2.0e-5$$

$$k(2 \text{ m/s}) = 2e-5 \times 2^{0.75} \text{ environ } 3.36e-5$$

$$k(3 \text{ m/s}) = 2e-5 \times 3^{0.75} \text{ environ } 4.85e-5$$

Flux  $J$  calculé avec :

$$J = k \times \ln(C_{\text{gel}} / C_r) = k \times \ln(300 / 200) \text{ environ } k \times 0.405$$

Donc :

$$J1 = 2.0e-5 \times 0.405 \text{ environ } 8.10e-6 \text{ m/s}$$

$$J2 = 3.36e-5 \times 0.405 \text{ environ } 1.36e-5 \text{ m/s}$$

$$J3 = 4.85e-5 \times 0.405 \text{ environ } 1.96e-5 \text{ m/s}$$

Surface de membrane  $A = \text{débit} / J$

$$Q0 = 3.6 \text{ m}^3/\text{h} = 1e-3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A1 = 1e-3 / 8.1e-6 \text{ environ } 123.5 \text{ m}^2$$

$$A2 = 1e-3 / 1.36e-5 \text{ environ } 73.5 \text{ m}^2$$

$$A3 = 1e-3 / 1.96e-5 \text{ environ } 51.0 \text{ m}^2$$

Énergie de pompage :

$$\text{Puissance} = \Delta P \times Q / \eta = (1 \text{ bar} \times 1e-3) / 0.7 \text{ environ } 1.43e-3 \text{ kW}$$

$$\text{Énergie sur 1h environ } 1.43e-3 \times 3600 = 5.14 \text{ kJ}$$

Résultats :

- Plus la vitesse augmente, plus le flux augmente, et donc la surface nécessaire diminue.

Le système a été amélioré pour diminuer la surface globale

Exercice 4

1) The concentration polarisation modulus can be obtained from:

$$J = k \ln \frac{C_m - C_b}{C_b - C_s}$$

$$C_s = 0$$

$$J = k \ln \frac{C_m}{C_b}$$

$$\frac{C_m}{C_b} = \exp\left(\frac{J}{k}\right)$$

Here  $J$  is known and  $k$  can be calculated from the mass transfer correlations.

First we need to find out whether the flow is laminar or turbulent.

$$Re = \frac{\rho u d_h}{\mu}$$

$$Sc = \frac{\nu}{D} = 2619$$

$u$ (m/s)	$Re$	$k$ (m/s)	$C_m/C_b$
0,5	2500	$1,5 \cdot 10^{-5}$	2
4,5	22500	$6,9 \cdot 10^{-5}$	1,2

The concentration polarisation modulus will not remain constant

at a constant velocity

Since the flux is lower the concentration polarisation will be lower as well.

Exercice 8 (chap. 8. 3)

The flux is given by

$$J = - \frac{1}{A} \frac{dV}{dt}$$

$$\int_{V_0}^{V_f} dV = - J A \int_{t=0}^{t_f} dt$$

$$(V_0 - V_f) = + J A t_f$$

$$t_f = \frac{V_0 - V_f}{J A}$$

$$V_0 = 1 \text{ m}^3$$

Mass balance :

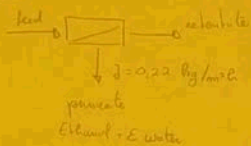
$$C_0 V_0 = C_f V_f$$

$$V_f = \frac{C_0}{C_f} V_0 = \frac{1}{10} V_0 = 0,1 \text{ m}^3$$

$$t = \underline{6 \text{ hours}}$$

$$J = 100 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}}$$

Ex 3



$$\alpha = 10 = \frac{d_{\text{ethanol/water}}}{d_{\text{water}}} = \frac{(x_{\text{ethanol}}/x_{\text{water}})_{\text{permeate}}}{(x_{\text{ethanol}}/x_{\text{water}})_{\text{feed}}}$$

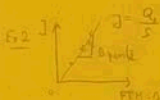
$$\left( \frac{x_{\text{ethanol}}}{x_{\text{water}}} \right)_{\text{permeate}} = \alpha \left( \frac{x_{\text{ethanol}}}{x_{\text{water}}} \right)_{\text{feed}} = 10 \cdot \frac{60}{40} = 15$$

a.  $J = J_{\text{eth}} + J_{\text{water}}$       $J_{\text{eth}} = (x_{\text{eth}})_{\text{permeate}} J$      and      $J_{\text{water}} = (x_{\text{water}})_{\text{permeate}} J$

b.  $\frac{J_{\text{eth}}}{J_{\text{water}}} = \left( \frac{x_{\text{eth}}}{x_{\text{water}}} \right)_{\text{permeate}} = 15$      a.  $J = 16 J_{\text{water}}$

to finish:  $J_{\text{eth}} = 15 \cdot J_{\text{water}} = \frac{15}{16} J$

Ans:  $J_{\text{eth}} = 0.206 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$   
 $J_{\text{water}} = 0.014 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$



Membrane  $S = \frac{\pi D^2}{4}$  (given)

$J = B \Delta P$       $B = \frac{J}{\Delta P} = \frac{Q/S}{\Delta P} = 4461 \frac{\text{ml}}{\text{h} \cdot \text{m}^2}$

with  $A = 444.16 \text{ cm}^2$



$Q_P = B S \Delta P$

(on faire une régression linéaire pour avoir la pente.)

$B = 4461 \text{ ml} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}$

Ex 4 we have  $\frac{\Delta P D^2 \epsilon^3}{\mu (1-\epsilon)^2} = \frac{150 (1-\epsilon) U}{P U \Delta P}$  because we are in laminar regime

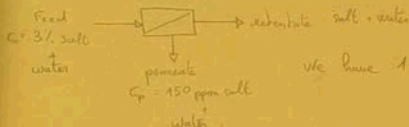
in a porous medium:  $J = \frac{B \text{ PTH}}{\text{membrane}}$      We can use Poiseuille  $U_0 = B \Delta P$

we will find the permeability:  $U_0 = \frac{D^2 \epsilon^3}{\mu (1-\epsilon)^2 \cdot 150} \Delta P$      for water  $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Ans: Microfiltration:  $B = 1.44 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$

Ultrafiltration:  $B = 8.22 \cdot 10^{-16} \text{ ms}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$



Exercise Membrane separation processesExample osmosis

we have 1% (weight) = 10 000 ppm

$$R = \frac{C - C_p}{C} = 1 - \frac{C_p}{C} \quad \text{AN: } R = 99,5\%$$

$$\text{selectivity: } \alpha_{\text{salt/water}} = \frac{(C_{\text{salt}}/C_{\text{water}})_{\text{permeate}}}{(C_{\text{salt}}/C_{\text{water}})_{\text{feed}}}$$

$$\text{AN: } \alpha_{\text{salt/water}} = 4,85 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{or } \alpha_{\text{water/salt}} = \frac{1}{\alpha_{\text{salt/water}}} = 206$$

E5.5Van't Hoff Law  $\rightarrow$  ideal case, dilute solutions $T = 25^\circ\text{C}$ if not ideal solution  $\pi > P_{\text{osmotic}}$ 

$$\pi = iRTC$$

 $C$  HCl concentration 1 mol HCl = 1 mol  $\text{H}^+$  + 1 mol  $\text{Cl}^-$  $iC$  in calculation so  $i = 2$ 

$$i = \sum_j \text{stoichiometric number of } i \text{ in } j$$

$$\text{we have } C = \frac{C_m}{M_{\text{HCl}} \cdot 10^{-3}}$$

$$C_m = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad \text{and } C = \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\pi = \frac{iRTC}{M \cdot 10^{-3}} \quad \text{for HCl } i = 2 \quad \text{and } \pi = 25,4 \text{ bar}$$

$$\text{for albumin } i = 1 \quad \text{and } \pi = 0,0114 \text{ bar}$$

for albumin, we use ultrafiltration because  $\pi \ll 1$