

## 1. (DETERMINATION DES EFFORTS SISMQUES DANS UNE STRUCTURE)

### 1) Effort tranchant en pied du bâtiment

Les efforts tranchants en pied du bâtiment sont à déterminer pour chacune des directions x et y par application de la formule du § 4.3.3.2.2 de l'Eurocode 8 partie 1 également repris en annexe 1 de cet exercice.

L'effort tranchant sismique à la base  $F_b$  peut être déterminé pour chacune des directions par l'expression du §4.3.3.2.2

$$F_b = S_d(T_1) * m * \lambda$$

Avec

$S_d(T_1)$  : Ordonnée du spectre de calcul pour la période  $T_1$ .

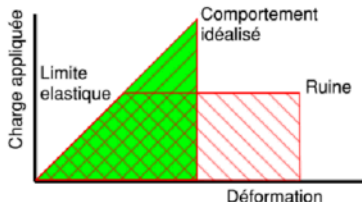
$m$  : Masse totale du bâtiment au-dessus du bâtiment ou du sommet d'un soubassement rigide

$\lambda$  : Coefficient de correction dont la valeur est égale à  $\lambda = 0.85$  si  $T_1 \leq T_C$  et si le bâtiment a plus de 2 étages, autrement  $\lambda = 1$ .

On note par ailleurs dès à présent que le spectre de calcul est relié au spectre élastique fourni par la relation

$S_d(T_1) = \frac{S_e(T_1)}{q}$  avec  $S_e(T_1)$  ordonnée spectrale élastique de l'accélération pour la période  $T_1$  et  $q$  : coefficient de comportement.

Plus bas, nous rappelons une explication et interprétation du coefficient de comportement :



Le concept derrière le coefficient de comportement est d'estimer les forces sismiques avec des modèles linéaires élastiques (sans recourir à des analyses non linéaires).

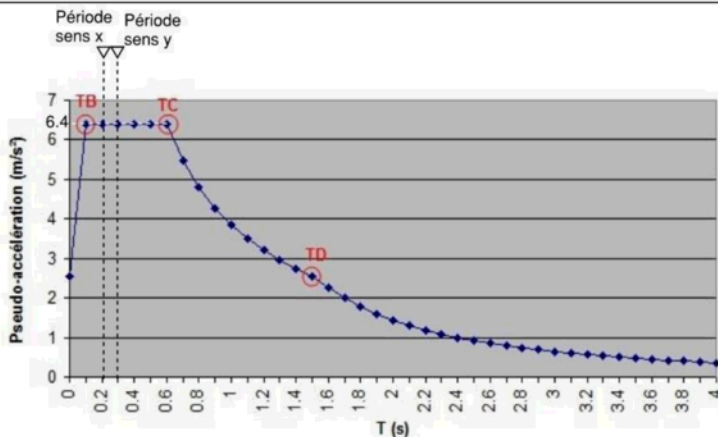
Plus précisément, dans cette approche, les forces déterminées par le comportement idéalisé linéaire élastique sont divisées par un coefficient  $q$  pour tenir des incursions post-élastiques (fissuration, déformations plastiques....) et de la ductilité des éléments de structure.

Le coefficient de comportement dépend de la capacité d'une structure à dissiper de l'énergie.

Le coefficient de comportement dépend donc du système constructif et il est fourni dans l'énoncé pour chacune des directions sismiques.

Ici l'énoncé indique  $q_r=2$  (contreventement avec des murs) et  $q_r=3$  (contreventement avec des portiques)

Dans chacune des directions, les périodes propres du bâtiment sont comprises entre les valeurs de  $T_B$  et  $T_C$ , ce qui correspond à la plage de résonance (la réponse de la structure en guise d'accélération est maximale)



Direction x

L'effort tranchant  $Fb_x$  en pied du bâtiment vaut :

$$Fb_x = Sd(T_x) \cdot m \cdot \lambda \text{ avec } Sd(T_x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{6.4 \frac{m}{s^2}}{q_x}; m = \frac{(W_1 + W_2 + W_3)}{9.81 \frac{m}{s^2}} \text{ et } \lambda = 1; q_x = 2$$

$$\Rightarrow Fb_x = 5219 \text{ kN}$$

$$\text{Vérification des ordres de grandeur: } \frac{Fb_x}{(W_1 + W_2 + W_3)} = 0.326$$

Il est classique que le calcul sismique conduise à un effort tranchant entre 10% et 40% du poids.

Cette fourchette est large (fonction bien sûr de la zone sismique, du coefficient de comportement et de paramètres de calcul). Cet ordre de grandeur est avant tout là pour se prémunir d'une erreur de type facteur 10! qui arrive si on mélange les unités et notamment si on mélange le poids et la masse.

Direction y

L'effort tranchant  $Fb_y$  en pied du bâtiment vaut :

$$Fb_y = Sd(T_y) \cdot m \cdot \lambda \text{ avec } Sd(T_y) = \frac{6.4 \frac{m}{s^2}}{q_y};$$

$$\Rightarrow Fb_y = 3479.5 \text{ kN}$$

## 2) Répartition des forces horizontales à chaque étage

La répartition des forces sismiques peut être effectuée en application de la formule du § 4.3.3.2.3 de l'Eurocode 8 fournie en annexe du sujet de TD.

La formule s'écrit :  $F_i = F_b \frac{z_i m_i}{\sum z_j m_j}$

Avec :

$F_i$  Force horizontale agissant au niveau  $i$

$F_b$  Effort tranchant sismique en pied du bâtiment (déterminé plus haut au §1)

$z_i$  Hauteur du niveau  $i$

$m_i$  Masse du niveau  $i$

On obtient ainsi plus bas les forces horizontales sismiques applicables à chaque étage :

Plus bas, on désigne

$F_{1x}$  Force sismique horizontale appliquée à l'étage 1

$F_{2x}$  Force sismique horizontale appliquée à l'étage 2

$F_{3x}$  Force sismique horizontale appliquée à l'étage 3

$$F_{1x} = F_{bx} \cdot \frac{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m}{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m + \frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m + \frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m} \quad (\text{Bien sur les expressions de } g=9.81 \text{ m/s}^2 \text{ se simplifient mais je}$$

les ai mise systématiquement pour indiquer qu'il s'agit bien de masses....et non de poids....)

$$F_{1x} = 1043.8 \text{ kN}$$

$$F_{2x} = F_{bx} \cdot \frac{\frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m}{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m + \frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m + \frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m}$$

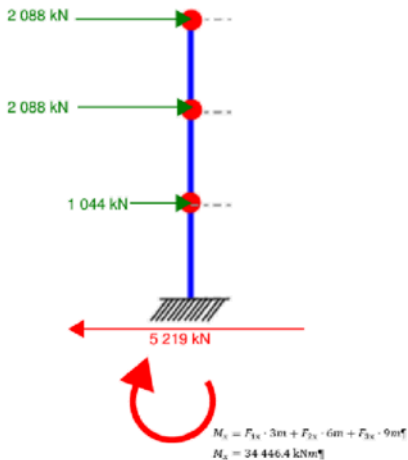
$$F_{2x} = 2087.7 \text{ kN}$$

$$F_{3x} \cong F_{bx} \cdot \frac{\frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m}{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m + \frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m + \frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m}$$

$$F_{3x} = 2087.7 \text{ kN}$$

On a bien  $F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = F_{bx}$  ( $F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 5219.1641 \text{ kN}$ )

(On représente plus bas les 3 forces sismiques horizontales appliquées sur la structure)



Répartition des forces sismiques horizontales pour un séisme agissant dans la direction x.

(Nota : Nous appelons plus haut  $M_x$  le moment de renversement suivant l'axe y résultant de l'application des différentes forces sismiques dans la direction x).

De même

$$F_{1y} = F_{by} \cdot \frac{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m}{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m + \frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m + \frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m}$$

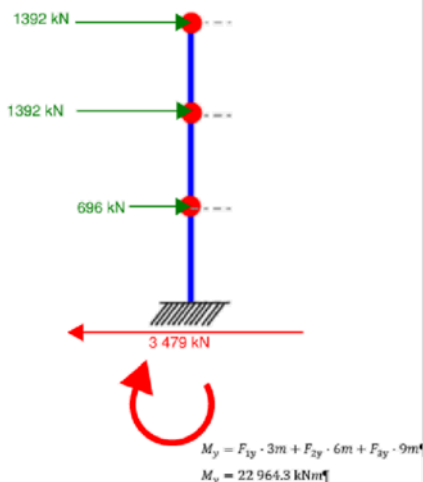
$$F_{1y} = 695.9 \text{ kN}$$

$$F_{2y} = F_{by} \cdot \frac{\frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m}{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m + \frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m + \frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m}$$

$$F_{2y} = 1391.8 \text{ kN}$$

$$F_{3y} = F_{by} \cdot \frac{\frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m}{\frac{W_1}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 3m + \frac{W_2}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 6m + \frac{W_3}{9.81 \cdot \frac{m}{s^2}} \cdot 9m}$$

$$F_{3y} = 1391.8 \text{ kN}$$



Répartition des forces sismiques horizontales pour un séisme agissant dans la direction y.

3) Le moment de renversement s'écrit:

$$M_x = F_{1x} \cdot 3m + F_{2x} \cdot 6m + F_{3x} \cdot 9m$$

$$M_x = 34\,446.4 \text{ kNm}$$

$$M_y = F_{1y} \cdot 3m + F_{2y} \cdot 6m + F_{3y} \cdot 9m$$

$$M_y = 22\,964.3 \text{ kNm}$$

4) On répartit au prorata de la raideur en flexion l'effort tranchant dans chacun des murs.

La raideur de chacun des murs est proportionnel à  $I = bh^3/12$  avec  $b$  : largeur du mur et  $h$  : longueur du mur

Ce qui revient à répartir l'effort au prorata des  $h^3$  ou  $h$  désigne la longueur de chacun des murs.

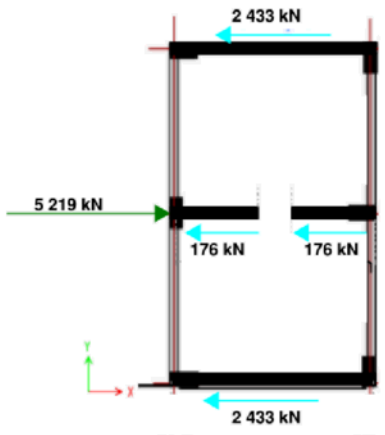
(Dans le sens  $x$ , le contreventement est assuré par 2 murs de longueur 10 m et 2 murs de longueur 24 m.

Pour chacun des murs de 10 m de longueur, l'effort interne de cisaillement repris est :

$$Fb_x \cdot \frac{10^3}{10^3 + 10^3 + 24^3 + 24^3} = 176.04 \text{ kN}$$

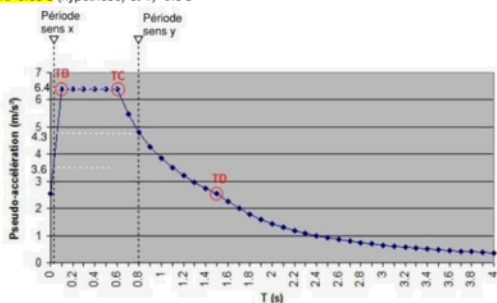
Et pour chacun des murs de 10 m de longueur, l'effort interne de cisaillement repris est :

$$Fb_x \cdot \frac{24^3}{10^3 + 10^3 + 24^3 + 24^3} = 2433.54 \text{ kN}$$



5) On recalcule les différents efforts tranchants en pied du bâtiment avec les nouvelles périodes propres du bâtiment

$T_x=0.05$  s (hypothèse) et  $T_y=0.8$  s



$Sd(T_x) = \frac{3.6 \frac{m}{s^2}}{q_x}$  pour un  $T_x=0.05$  s pris pour hypothèse ici correspondant à un ajout de murs et à une rigidification de la structure.

$$Sd(T_x) = 1.8 \frac{m}{s^2}$$

$$Fb_x Sd(T_x) \cdot m \cdot \lambda$$

$$Fb_x = 2935.8 \text{ kN}$$

$$Sd(T_y) = \frac{4.3 \frac{m}{s^2}}{q_y}$$

$$Sd(T_y) = 1.4333 \frac{m}{s^2}$$

$$Fb_y = Sd(T_y) \cdot m \cdot \lambda$$

$$Fb_y = 2337.7 \text{ kN}$$

On constate que les efforts sismiques diminuent de manière significative et il est particulièrement notoire de constater que l'effort sismique diminue quand on assouplit significativement la structure (contexte de ce qui se passe dans la direction y). Cela signifie qu'en conception il est parfois plus intéressant de concevoir une structure souple et quelque part moins résistante en statique. Le constat et la lecture du spectre sismique nous indiquent que cette structure plus souple aura des efforts sismiques réduits en pied.

Synthèse plus bas de l'effort horizontal sismique en pied avant et après assouplissement de la structure :

Avant assouplissement $T_y=0.3$ s	Après assouplissement $T_y=0.8$ s
$Fb_y = 3479.5 \text{ kN}$	$Fb_y = 2337.7 \text{ kN}$