

*Membrane separation processes*Exercise 1

A feed solution with a solute concentration of 3% by weight is treated by reverse osmosis. The permeate contains 150 ppm (parts pro millions) of solute. Calculate the retention  $R$  and the selectivity factor.

Exercise 2

The pure water flux of a membrane with a diameter of 7,5 cm has been obtained as a function of the applied pressure. The following results are obtained.

$\Delta P$ (bar)	Flux (ml/hr)
5	103
10	202
15	287
20	386
25	501

Determine the water permeability coefficient graphically.

Exercise 3

In a pervaporation experiment at room temperature a mixture of ethanol/water (60/40) by weight is separated by a silicone rubber membrane. The total flux is  $J=0,22 \text{ kg}/(\text{m}^2.\text{hr})$  and the selectivity is  $\alpha=10$ . Calculate the water flux and ethanol flux in  $\text{kg}/(\text{m}^2.\text{hr})$ .

Exercise 4

Calculate the water permeability through a typical microfiltration and ultrafiltration membrane at 298 K.

	Microfiltration	Ultrafiltration
porosity	0.6	0.02
Pore radius ( $\mu\text{m}$ )	0.2	0.002
Thickness ( $\mu\text{m}$ )	100	1
Tortuosity	1.2	1.2

Exercise 5

Calculate the osmotic pressure in the case of NaCl and albumin solutions at the concentration of  $30 \text{ kg}/\text{m}^3$ .

$$M_{\text{NaCl}}=58.45 \text{ g/mol}$$

$$M_{\text{albumine}}=65000 \text{ g/mol}$$

Exercise 6

We aim at concentrating a colloidal aqueous feed solution of  $50 \text{ kg}.\text{m}^{-3}$  to  $200 \text{ kg}.\text{m}^{-3}$  with cross-flow velocities of 1, 2 and  $3 \text{ m}.\text{s}^{-1}$ . Membrane rejection is assumed to be 100 % and osmotic pressure are neglected. The permeate flux can be described as :

$$J = k \ln \frac{C_{gel} - C_p}{C_r - C_p}$$

The mass transfer coefficient of the solute is related to the velocities by :

$$k = 2 \times 10^{-5} v^{0.75}$$

The design data are :

Feed solute concentration	$C_0 = 50 \text{ kg.m}^{-3}$
Retentate solute concentration	$C_r = 200 \text{ kg.m}^{-3}$
Rejection	$R = 100 \%$
Feed flow rate	$Q_0 = 3.6 \text{ m}^3.\text{h}^{-1}$
Pure water permeability	$K_w = 7.5 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}.\text{bar}^{-1}$
Gel concentration	$C_{gel} = 300 \text{ kg.m}^{-3}$
Mean solution density	$\rho = 1 \text{ g.cm}^{-3}$ (constant with concentration)
Tubular membrane diameter	$d = 15 \text{ mm}$
Pump efficiency	$\eta = 0.7$
The Blasius relationship	$4f = 0.316 \text{ Re}^{-0.25}$

1/ Explain what kind model is used to calculate the permeate flux ? Comment its main hypothesis, advantages and drawbacks.

2/ Calculate the required membrane area and pump energy both for a single-stage recirculation process and a two-stage recirculation process. It may assume that for the two-stage system identical modules offering the same membrane area are used for both stages.

3/ Comment the results obtained

### Exercise 7

A 5% solution sucrose ( $M=342 \text{ g/l}$ ) is concentrated using a tubular nanofiltration membrane with an internal diameter of 6 mm. The membrane shows a complete rejection of sucrose. With a feed solution of 5 wt%, a temperature of 20°C and a pressure of 20 bar a flux is measured of 33.5 l/(m<sup>2</sup>.h) at a cross-flow velocity of 0.5 m/s while at a velocity 4.5 m/s a flux is measured of 48.9 l/(m<sup>2</sup>.h).

1/ Calculate the concentration polarisation modulus for both flow rates.

In a turbulent regime :  $Sh=0.04 \text{ Re}^{0.75} \text{ Sc}^{0.33}$

$$\mu = 1.1 \times 10^{-3} \text{ Pa.s} \quad \rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3} \quad \mathcal{Q} = 4.2 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$$

### Exercise 8

A cell suspension is concentrated in a batch microfiltration process from 1% to 10%. Due to an effective backshock method the flux remains at 100 l/(m<sup>2</sup>.h). The fermentor has a volume of 1 m<sup>3</sup> and the membrane area is 1.5 m<sup>2</sup>. Calculate the batch processing time assuming that the membrane has a rejection of 100%.

## Correction détaillée - Exercice 1

### Exercice 1 - Calcul de la rétention et du facteur de sélectivité

Énoncé :

Une solution d'alimentation avec une concentration en soluté de 3% en poids est traitée par osmose inverse.

Le perméat contient 150 ppm de soluté.

Calculer la rétention R et le facteur de sélectivité.

Données :

- Concentration dans l'alimentation (feed) :  $C_f = 3\% = 30\,000\text{ ppm}$

- Concentration dans le perméat (permeate) :  $C_p = 150\text{ ppm}$

1) Rétention R :

Formule :  $R = 1 - (C_p / C_f)$

Calcul :

$$R = 1 - (150 / 30000) = 1 - 0.005 = 0.995 = 99.5 \%$$

Résultat :  $R = 99.5 \%$

2) Facteur de sélectivité alpha :

Formule :  $\alpha = C_f / C_p$

Calcul :

$$\alpha = 30000 / 150 = 200$$

Résultat :  $\alpha = 200$

## Correction detaillee - Exercice 2

### Exercice 2 - Détermination du coefficient de perméabilité de l'eau

Énoncé :

Le flux d'eau pure à travers une membrane de diamètre 7.5 cm a été mesuré en fonction de la pression. On demande de déterminer graphiquement le coefficient de perméabilité de l'eau.

Principe :

Le flux  $J$  est proportionnel à la pression transmembranaire :  $J = K_w \cdot \Delta P$

On trace  $J$  ( $\text{m}^3/\text{m}^2 \cdot \text{h}$ ) en fonction de  $\Delta P$  (bar) et la pente donne le coefficient  $K_w$ .

Données :

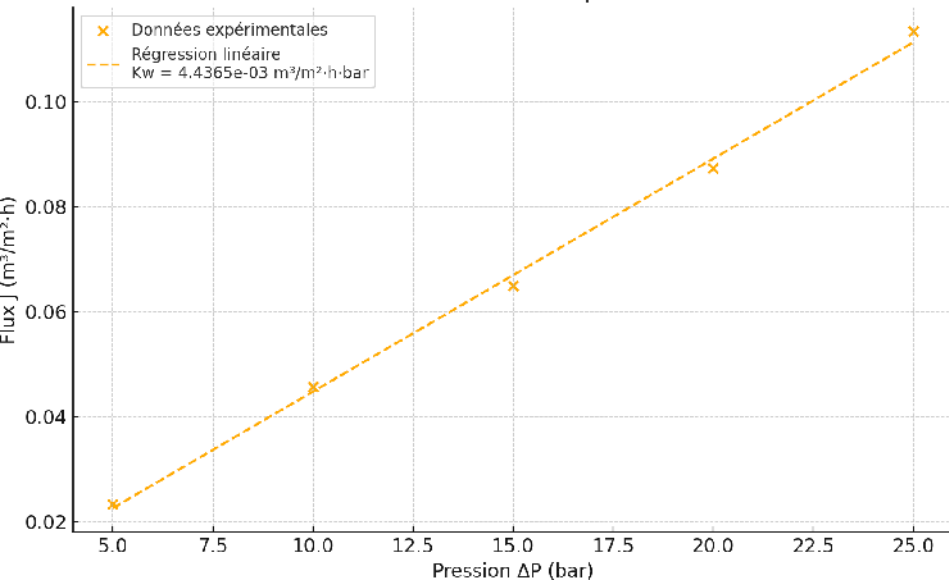
- Surface de la membrane :  $A = \pi \times r^2 = \pi \times (0.0375)^2$  environ  $0.00442 \text{ m}^2$
- Conversion des flux ( $\text{ml/h}$ ) en ( $\text{m}^3/\text{m}^2 \cdot \text{h}$ ) en tenant compte de la surface

Résultat :

D'après la régression linéaire effectuée sur les données, on trouve :

$$K_w = 4.44 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{bar}$$

# Détermination du coefficient de perméabilité de l'eau



## Exercice 3 - Pervaporation d'un mélange eau/éthanol

Énoncé :

Un mélange éthanol/eau (60/40) en poids est séparé par une membrane en silicone.

Flux total  $J = 0,22 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$

Sélectivité  $\alpha = 10$

Objectif :

Calculer les flux partiels d'eau et d'éthanol.

Méthode :

La sélectivité est définie comme :

$$\alpha = (y_{\text{water}} / y_{\text{ethanol}}) / (x_{\text{water}} / x_{\text{ethanol}})$$

$$\text{Or : } x_{\text{water}} = 0.40 ; x_{\text{ethanol}} = 0.60 \rightarrow x_{\text{ratio}} = 0.40 / 0.60 = 2/3$$

Donc :

$$y_{\text{water}} / y_{\text{ethanol}} = \alpha \times x_{\text{ratio}} = 10 \times (2/3) = 20/3 \text{ environ } 6.667$$

$$\text{Soit } y_{\text{water}} = 6.667 \times y_{\text{ethanol}}$$

Mais  $y_{\text{water}} + y_{\text{ethanol}} = 1$  donc :

$$6.667 y_{\text{ethanol}} + y_{\text{ethanol}} = 1$$

$$\rightarrow y_{\text{ethanol}} (1 + 6.667) = 1 \rightarrow y_{\text{ethanol}} = 1 / 7.667 \text{ environ } 0.1304$$

$$\rightarrow y_{\text{water}} \text{ environ } 0.8696$$

Flux d'éthanol :

$$J_{\text{ethanol}} = y_{\text{ethanol}} \times J = 0.1304 \times 0.22 \text{ environ } 0.0287 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$$

Flux d'eau :

$$J_{\text{water}} = y_{\text{water}} \times J = 0.8696 \times 0.22 \text{ environ } 0.1913 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$$

Résultats :

- Flux d'eau : environ 0.191 kg/(m<sup>2</sup>·h)
- Flux d'éthanol : environ 0.029 kg/(m<sup>2</sup>·h)



## Correction detaillee - Exercice 4

### Exercice 4 - Calcul de la perméabilité à l'eau pour la microfiltration et l'ultrafiltration

Énoncé :

Calculer la perméabilité de l'eau à travers deux types de membranes : microfiltration et ultrafiltration.

Température  $T = 298 \text{ K}$ .

Données :

	Microfiltration	Ultrafiltration
Porosité	0.6	0.02
Rayon des pores ( $\mu\text{m}$ )	0.2	0.002
Épaisseur ( $\mu\text{m}$ )	100	1
Tortuosité	1.2	1.2

Formule utilisée (basée sur l'équation de Hagen-Poiseuille) :

$$K_w = (\epsilon \cdot r^2) / (8 \cdot \mu \cdot \tau \cdot \delta)$$

où :

- $\epsilon$  = porosité
- $r$  = rayon des pores (m)
- $\mu$  = viscosité de l'eau ( $\sim 0.001 \text{ Pa.s}$ )
- $\tau$  = tortuosité
- $\delta$  = épaisseur (m)

Unités converties :

- rayon et épaisseur de  $\mu\text{m}$  vers m

Calculs :

Microfiltration :

$$Kw = (0.6 * (2e-7)^2) / (8 * 0.001 * 1.2 * 1e-4)$$

environ  $2.5 \times 10^{-9}$  m/s/Pa

Ultrafiltration :

$$Kw = (0.02 * (2e-9)^2) / (8 * 0.001 * 1.2 * 1e-6)$$

environ  $8.3 \times 10^{-13}$  m/s/Pa

Résultats :

- Perméabilité microfiltration : environ  $2.5 \times 10^{-9}$  m/s/Pa

- Perméabilité ultrafiltration : environ  $8.3 \times 10^{-13}$  m/s/Pa