Primitives usuelles

I Polynômes et fractions simples

Fonction		Primitive	Intervalles
$(x-x_0)^n$	$x_0 \in \mathbb{R}$ $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\dfrac{(x-x_0)^{n+1}}{n+1}$	$n \in \mathbb{N}$: $x \in \mathbb{R}$ $n \in \mathbb{Z} \setminus (\mathbb{N} \cup \{-1\})$: $x \in \,]-\infty\,;x_0\,[\,,\,]\,x_0\,;+\infty\,[$
$(x-x_0)^\alpha$	$x_0 \in \mathbb{R}$ $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$	$\dfrac{(x-x_0)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$]\,x_0\,;+\infty\,[$
$(x-z_0)^n$	$z_0 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\dfrac{(x-z_0)^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x-a}$	$a \in \mathbb{R}$	$\ln\lvert x-a\rvert$	$]-\infty\,;a\,[\,,\,]\,a\,;+\infty\,[$
$\dfrac{1}{x-(a+\mathrm{i}b)}$	$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^*$	$\dfrac{1}{2}\ln\left[(x-a)^2+b^2\right]$ $+\,\mathrm{i}\ \mathrm{Arctan}\ \dfrac{x-a}{b}$	$\mathbb{R}$

II Fonctions usuelles

Fonction	Primitive	Intervalles
$\ln x$	$x(\ln x - 1)$	$]\,0\,;+\infty\,[$
$e^{\alpha x}\quad \alpha \in \mathbb{C}^*$	$\dfrac{1}{\alpha}e^{\alpha x}$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x$	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\sin x$	$\mathbb{R}$
$\tan x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$	$\left]-\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\mathrm{cotan}\ x$	$\ln\lvert\sin x\rvert$	$]\,k\pi\,;(k+1)\pi\,[$
$\mathrm{sh}\ x$	$\mathrm{ch}\ x$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{ch}\ x$	$\mathrm{sh}\ x$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{th}\ x$	$\ln(\mathrm{ch}\ x)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{coth}\ x$	$\ln\lvert\mathrm{sh}\ x\rvert$	$]-\infty\,;0\,[\,,\,]\,0\,;+\infty\,[$

III Puissances et inverses de fonctions usuelles

Fonction	Primitive	Intervalles
$\sin^2 x$	$\dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin 2x}{4}$	$\mathbb{R}$
$\cos^2 x$	$\dfrac{x}{2} + \dfrac{\sin 2x}{4}$	$\mathbb{R}$
$\tan^2 x$	$\tan x - x$	$\left]-\dfrac{\pi}{2} + k\pi\,;\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right[$
$\operatorname{cotan}^2 x$	$-\operatorname{cotan} x - x$	$]k\pi\,;(k+1)\pi[$
$\operatorname{sh}^2 x$	$\dfrac{\operatorname{sh} 2x}{4} - \dfrac{x}{2}$	$\mathbb{R}$
$\operatorname{ch}^2 x$	$\dfrac{\operatorname{sh} 2x}{4} + \dfrac{x}{2}$	$\mathbb{R}$
$\operatorname{th}^2 x$	$x - \operatorname{th} x$	$\mathbb{R}$
$\coth^2 x$	$x - \coth x$	$]-\infty\,;0[\,,\,]0\,;+\infty[$
$\dfrac{1}{\sin x}$	$\ln\left\lvert\tan \dfrac{x}{2}\right\rvert$	$]k\pi\,;(k+1)\pi[$
$\dfrac{1}{\cos x}$	$\ln\left\lvert\tan\left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)\right\rvert$	$\left]-\dfrac{\pi}{2} + k\pi\,;\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right[$
$\dfrac{1}{\operatorname{sh} x}$	$\ln\left\lvert\operatorname{th} \dfrac{x}{2}\right\rvert$	$]-\infty\,;0[\,,\,]0\,;+\infty[$
$\dfrac{1}{\operatorname{ch} x}$	$2 \operatorname{Arctan} e^x$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\sin^2 x} = 1 + \operatorname{cotan}^2 x$	$-\operatorname{cotan} x$	$]k\pi\,;(k+1)\pi[$
$\dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$\tan x$	$\left]-\dfrac{\pi}{2} + k\pi\,;\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right[$
$\dfrac{1}{\operatorname{sh}^2 x} = \coth^2 x - 1$	$-\coth x$	$]-\infty\,;0[\,,\,]0\,;+\infty[$
$\dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x} = 1 - \operatorname{th}^2 x$	$\operatorname{th} x$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\sin^4 x}$	$-\operatorname{cotan} x - \dfrac{\operatorname{cotan}^3 x}{3}$	$]k\pi\,;(k+1)\pi[$
$\dfrac{1}{\cos^4 x}$	$\tan x + \dfrac{\tan^3 x}{3}$	$\left]-\dfrac{\pi}{2} + k\pi\,;\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right[$

IV Fonctions dérivées de fonctions réciproques

Fonction	Primitive	Intervalles
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\text{Arctan}\, x$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{a^2+x^2}$ $\quad a \in \mathbb{R}^*$	$\dfrac{1}{a}\,\text{Arctan}\,\dfrac{x}{a}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{1-x^2}$	$\begin{cases} \text{Argth}\, x \\ \dfrac{1}{2}\ln\left\|\dfrac{1+x}{1-x}\right\| \end{cases}$	$\begin{cases}]-1\,;1[\\ ]-\infty\,;-1[\,, \\ ]-1\,;1[\,,\,]1\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{a^2-x^2}$ $\quad a \in \mathbb{R}^*$	$\begin{cases} \dfrac{1}{a}\,\text{Argth}\,\dfrac{x}{a} \\ \dfrac{1}{2a}\ln\left\|\dfrac{a+x}{a-x}\right\| \end{cases}$	$\begin{cases}]-\|a\|\,;\|a\|[\\ ]-\infty\,;-\|a\|[\,, \\ ]-\|a\|\,;\|a\|[\,,\,]\,\|a\|\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\text{Arcsin}\, x$	$]-1\,;1[$
$\dfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ $\quad a \in \mathbb{R}^*$	$\text{Arcsin}\,\dfrac{x}{\|a\|}$	$]-\|a\|\,;\|a\|[$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\text{Argsh}\, x = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\begin{cases} \text{Argch}\, x \\ -\,\text{Argch}\,(-x) \\ \ln\|x+\sqrt{x^2-1}\| \end{cases}$	$\begin{cases}]1\,;+\infty[\\ ]-\infty\,;-1[\\ ]-\infty\,;-1[\text{ ou }]1\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+a}}$ $\quad a \in \mathbb{R}^*$	$\ln\|x+\sqrt{x^2+a}\|$	$\begin{cases} a>0 \;:\; \mathbb{R} \\ a<0 \;:\; \\ \quad]-\infty\,;-\sqrt{-a}\,[\\ \quad \text{ou }]\sqrt{a}\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{(x^2+1)^2}$	$\dfrac{1}{2}\,\text{Arctan}\, x+\dfrac{x}{2(x^2+1)}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{x^2}{(x^2+1)^2}$	$\dfrac{1}{2}\,\text{Arctan}\, x-\dfrac{x}{2(x^2+1)}$	$\mathbb{R}$