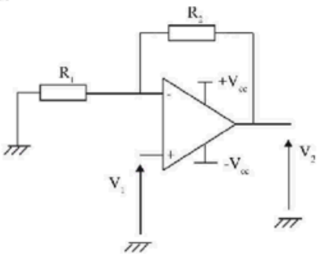
SYS ÉLEC.

TD1 : Oscillateur à pont de Wien

1°) Soit le circuit suivant :



Le signal d'entrée est sinusoïdal :

$v_1(t) = V_1 \sin \omega t$

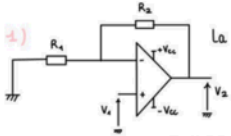
On note V_0 la valeur de la tension de saturation de l'amplificateur opérationnel.

Donner un schéma fonctionnel de l'ensemble valable pour le premier harmonique mettant en évidence une non-linéarité normalisée.

A.N. : Calculer la valeur de l'amplitude du premier harmonique du signal $v_2(t)$ pour :

$R_1 = 1\ k\Omega \qquad R_2 = 4\ k\Omega \qquad V_0 = 13\ V \qquad V_1 = 1\ V$, puis pour $V_1 = 8\ V$

1)



La tension de saturation est liée à la tension d'alimentation

- **Retour vers la patte ⊖ de l'ampli**

⇒ fonctionnement linéaire possible (retour à entrée inverseuse)

Si fonctionnement linéaire possible ⇒ $\varepsilon = V^+ - V^- = 0$

cette égalité permet de déterminer la relation entrée/sortie ⇒ $V^+ = V^-$

- $V^+ = V_1$
- $V^- = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_2$ (pt diviseur de tension)

⇒ $V_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_2$ d'où $\boxed{V_2 = V_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$

Slew-rate (SR) : c'est la pente maximale que peut restituer la sortie

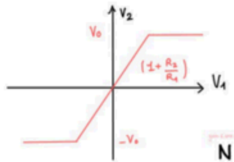
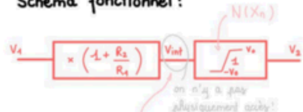


Schéma fonctionnel :



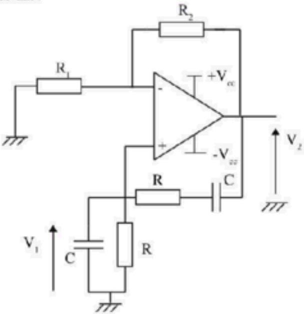
$N(X_n)$ où $X_n = \frac{V_{int}}{V_0}$ tension de saturation

Avec $R_1 = 1\ k\Omega \quad R_2 = 4\ k\Omega \quad V_0 = 13\ V \quad V_1 = 1\ V$, calculons l'amplitude du 1er harmonique de $v_2(t)$

- Pour $V_1 = 1\ V$ $\quad \times\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 5 \quad \hat{V}_{int} = 5\ V \Rightarrow \hat{V}_2 = V_2 = 5\ V$ (direct car non saturation)
- Pour $V_1 = 8\ V \quad \hat{V}_{int} = 40\ V$ et avec $X = \frac{\hat{V}_{int}}{V_0} = \frac{40}{13}$ on lit $N(X_n) = 0{,}38$

On en déduit l'amplitude du 1er harmonique de $V_2 = 40 \times 0{,}38 = 15{,}2\ V$

2°) On étudie le circuit suivant :



Donner un schéma fonctionnel de l'ensemble mettant en évidence une boucle comprenant une non-linéarité.

Donner la condition limite d'oscillation et la fréquence des oscillations.

Calculer la fréquence des oscillations et l'amplitude de $V_2(t)$ pour :

$R_1 = 1\ \text{k}\Omega$ $\quad R_2 = 4\ \text{k}\Omega$ $\quad R = 10\ \text{k}\Omega$ $\quad C = 47\ \text{nF}$ $\quad V_0 = 13\ \text{V}$

2)

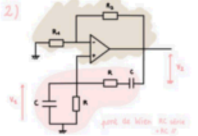
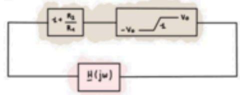
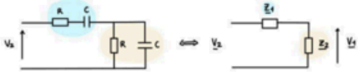


Schéma fonctionnel :



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_1}}{\underline{V_2}}$$



$$\underline{Z_2} = \frac{R}{1 + j\omega RC} \quad \text{et} \quad \underline{Z_1} = R + \frac{1}{j\omega C} \quad \text{et} \quad \underline{V_1} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}\, \underline{V_2}$$

$$\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_1}}{\underline{V_2}} = \frac{\frac{R}{1+j\omega RC}}{\frac{R}{1+j\omega RC} + \frac{j\omega RC + 1}{j\omega C}} = \frac{R}{R + \frac{(1+j\omega RC)^2}{j\omega C}}$$

$$\times \frac{j\omega C}{j\omega C}$$

$$= \frac{j\omega RC}{j\omega RC + (1 + j\omega RC)^2}$$

$$= \frac{j\omega RC}{j\omega RC + (1 + 2j\omega RC - \omega^2R^2C^2)}$$

$$= \frac{j\omega RC}{1 - (\omega RC)^2 + 3j\omega RC}$$

$$= A_0 \times \frac{2j\sigma\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\sigma\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{(passe-bande)}$$

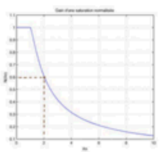
On en déduit $\underline{H}(j\omega_{osc})$ aussi réel. Or d'après l'expression de $\underline{H}(j\omega)$, son dénominateur doit être un imaginaire pur puisque le numérateur $\in i\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ $1 - R^2C^2\omega_{osc}^2 = 0$ d'où $\omega_{osc} = \frac{1}{RC}$ et la fréquence $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

Physiquement, s'il y a oscillation, ça sera forcément à cette fréquence là

Si $\omega = \omega_{osc} = \frac{1}{RC} \Rightarrow \underline{H}(j\omega_{osc}) = \dfrac{j\frac{1}{RC}RC}{1 - (\frac{1}{RC}RC)^2 + 3j\frac{1}{RC}RC} = \frac{j}{3j} = \frac{1}{3}$

$$\Big(1 + \frac{R_2}{R_1}\Big)\underbrace{\underline{H}(j\omega_{osc})}_{1/3}\,\underbrace{N(X_n)}_{\leq 1 \text{ d'après la courbe annexe}} = 1$$



il faut donc que $1 + \frac{R_2}{R_1} \geq 3$ pour qu'il y ait oscillation

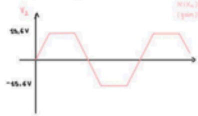
Si $R_1 = 1\ \text{k}\Omega$ $R_2 = 4\ \text{k}\Omega$ $R = 10\ \text{k}\Omega$ $C = 47\ \text{nF}$ $V_0 = 13\text{V}$

- $\frac{R_2}{R_1} = 4$ et $1 + 4 = 5 > 3 \Rightarrow$ oscillation possible
- $f_{osc} = \frac{1}{2\pi RC} = 339\ \text{Hz}$
- Amplitude du 1er harmonique de V_2

$\Big(1 + \frac{R_2}{R_1}\Big)\frac{1}{3}N(X_n) = 1 \Rightarrow \frac{5}{3}N(X_n) = 1$ d'où $N(X_n) = 3/5 = 0.6$

On lit sur la courbe $X_n = 2$. Or par définition $X_n = \frac{V_{int}}{V_0}$ d'où $V_{int} = 2 \times 13\text{V} = 26\ \text{V}$

Amplitude du fondamental de $V_2 = \underbrace{0.6}_{\substack{N(X_n)\\ \text{(gain)}}} \times \underbrace{26}_{V_{int}} = 15.6\ \text{V}$

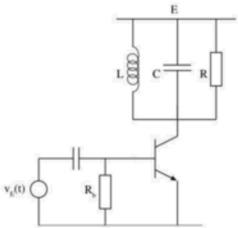


V_1 quasi sinusoïdal avec $\hat{V}_1 = 5.2\ \text{V}$

SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES

TD2 : Amplificateur classe C

On étudie le dispositif suivant :



$v_E(t) = V_e \sin \omega t$

R = 5 kΩ	L = 80 µH
C = 330 pF	R_b = 150 kΩ
V_e = 3 V	E = 18 V
β = 100	V_T = 38 mV
I_S = 0.1 nA	

1°) Vérifier que les valeurs numériques de V_T et I_S permettent de retrouver le point de polarisation habituellement observé pour d'un transistor faible puissance.

2°) D'après le cours, l'équation reliant V_{BE0} et I_{B0}, due au transistor est :

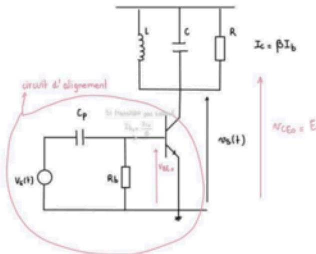
$$I_{C0} = I_S\left[e^{\frac{V_{BE0}}{V_T}} I_0\left(\frac{V_e}{V_T}\right) - 1\right]$$

$I_0(x)$ étant la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre 0

Montrer que, pour le circuit considéré, la valeur de V_{BE0} peut être obtenue en résolvant l'équation :

$$\frac{V_{BE0}}{V_T} = Ln\left(1 - \frac{\frac{V_{BE0}}{V_T}}{\frac{R_b I_s}{\beta V_T}}\right) - Ln\left(I_0\left(\frac{V_e}{V_T}\right)\right)$$

Classes d'un transistor
- conduit tjrs → classe A
- conduit de tps en tps (entre tjrs et moitié du tps → classe B
- moitié du tps = classe C



$v_E(t) = V_e \sin \omega t$

R = 5 kΩ	L = 80 µH
C = 330 pF	R_b = 150 kΩ
V_e = 3 V	E = 18 V
β = 100	V_T = 38 mV
I_S = 0.1 nA	

25 à l'habitude ici ηV_T

1) Pour un transistor bipolaire "standard"

$$I_{C0} = I_s\left[\exp\frac{V_{BE0}}{\eta V_T} - 1\right] = 0{,}9 \text{ mA}$$ ok, c'est cohérent pour un transistor faible puissance

0,1 nA 38 mV

2) $$I_{C0} = I_s\left[e^{\frac{V_{BE0}}{V_T}} \boxed{I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right)} - 1\right]$$

terme correctif

fonction de Bessel modif de 1ère espèce d'ordre 0

- $V_{BE0} = -R_b I_{B0} = -R_b \frac{I_{C0}}{\beta}$, injectons I_{C0} dans cette expression

$$\leadsto \quad V_{BE0} = -\frac{R_b}{\beta} I_s\left[\exp\left(\frac{V_{BE0}}{V_T}\right) I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right) - 1\right]$$

$$\frac{V_{BE0}}{V_T} = -\frac{R_b}{\beta V_T} I_s\left[\exp\left(\frac{V_{BE0}}{V_T}\right) I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right) - 1\right]$$

$$-\frac{\frac{V_{BE0}}{V_T}}{\frac{R_b I_s}{\beta V_T}} = \exp\left(\frac{V_{BE0}}{V_T}\right) I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right) - 1$$

$$1 - \frac{\frac{V_{BE0}}{V_T}}{\frac{R_b I_s}{\beta V_T}} = \exp\left(\frac{V_{BE0}}{V_T}\right) I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right)$$

$$\ln\left(1 - \frac{\frac{V_{BE0}}{V_T}}{\frac{R_b I_s}{\beta V_T}}\right) = \frac{V_{BE0}}{V_T} \ln\left[I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right)\right]$$

d'où $$\boxed{\frac{V_{BE0}}{V_T} = \ln\left(1 - \frac{\frac{V_{BE0}}{V_T}}{\frac{R_b I_s}{\beta V_T}}\right) - \ln\left(I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right)\right)}$$

3) $\ln\left[I_0\left(\frac{3000}{38}\right)\right] = 75,85$ (sur Wolfram Alpha)

Notons $x = \frac{V_{BE0}}{V_T} \Rightarrow x = \ln\left[1 - \frac{x}{\frac{R_b I_S}{\beta V_T}}\right] - \ln\left[I_0\left(\frac{V_E}{V_T}\right)\right]$

Or $\frac{R_b I_S}{\beta V_T} = 3,9 \cdot 10^{-6}$

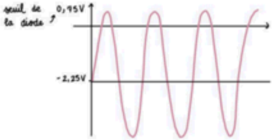
$\hookrightarrow x = \ln\left[1 - \frac{x}{3,9 \cdot 10^{-6}}\right] - 75,85$

On résout à la calculatrice : $\underbrace{x}_{\frac{V_{BE0}}{V_T}} = -59,32$ d'où $\boxed{V_{BE0} = -2,25\ \text{V}}$

$I_{C0} = \frac{\beta V_{BE0}}{R_b} = 1,5\ \text{mA}$

4°) Tracer l'allure de $v_{BE}(t) = V_{BE0} + V_{be}(t)$. Retrouver le fonctionnement d'un circuit d'alignement. Quel est le « seuil » de la diode mis en évidence?

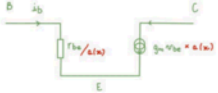
4) $v_{BE}(t) = V_{BE0} + V_{be}(t)$



fonctionnement d'un circuit d'alignement

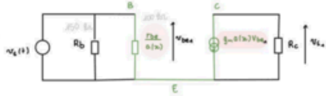
5°) Déterminer le schéma équivalent fort signal de l'amplificateur classe C, selon l'approximation du premier harmonique.

5)



Passage de petit signal à 1er harmonique, on ajoute le terme $a(x)$: terme correctif

à $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, fréquence centrale



- $a(x) \underset{x \to \infty}{\approx} \frac{2}{x} = \frac{2 \times 38}{3000} = 0,025$
- $g_m = \frac{I_{C0}}{\eta V_T} = \frac{1,5\ \text{mA}}{38\ \text{mV}} = 40\ \text{mS}$
- $r_{be} = \frac{\beta \eta V_T}{I_{C0}} = \frac{100 \times 38 \cdot 10^{-3}}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 2,53\ \text{k}\Omega$

D'où : $\frac{r_{be}}{a(x)} = 100\ \text{k}\Omega$ / $g_m\, a(x)\, V_{be1} = 1\ \text{mS}$

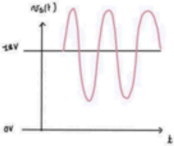
6°) En déduire la valeur du gain en tension, de l'amplitude de v_S, ainsi que la valeur du rendement à la fréquence centrale.

6) $\frac{v_{S1}}{v_e} = \frac{-R_c\, g_m\, a(x)\, v_{be1}}{v_{be1}}$

$= -R_c\, g_m\, a(x)$

$= -5 \cdot 10^3 \times 10^{-3}$

$\boxed{\frac{v_{S1}}{v_e} = -5}$

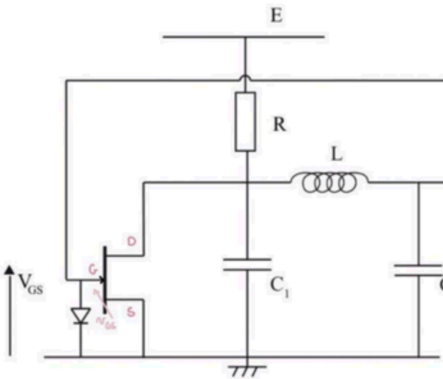


$\hat{v}_s = 5 \times 3 = 15\ \text{V}$

Rendement $= \frac{\text{Puissance AC dans R}}{P_{alim}} = \frac{\frac{\hat{v}_s^2}{2R}}{E \times I_{C0}} = \frac{\frac{225}{10\ \text{k}\Omega}}{18\text{V} \times 1,5\text{mA}} = 83\%$

TD3 : Oscillateur à JFET

le 28/09/21



On rappelle que le fonctionnement d'un transistor JFET canal N en signaux quelconques est caractérisé par :

$$i_D = I_{DSS}\left(1+\frac{v_{GS}}{V_p}\right)^2 \text{ pour } -V_p < v_{GS} < 0$$

Le signal observé aux bornes de la grille est supposé sinusoïdal (plus une composante continue) :

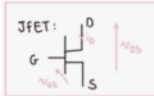
$$v_{GS}(t) = V_{GS0} + V_{gs}\cos(\omega t)$$

$$V_{GS0} \text{ et } V_{gs} \text{ étant telles que : } -V_p < v_{GS}(t) < 0$$

$i_D(t)$ est alors décomposable en série de Fourier :

$$i_D(t) = I_{D0} + I_{D1}\cos(\omega t) + \cdots$$

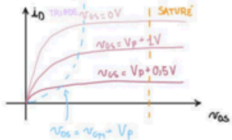
1°) À l'aide d'un simple développement de $i_D = I_{DSS}\left(1+\frac{v_{GS}}{V_p}\right)^2$, déterminer les expressions de I_{D0} et I_{D1}.

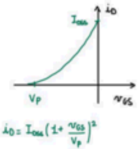


Mode de fonctionnement normal du JFET

$v_{DS} > 0$

$-V_p \leq v_{GS} \leq 0$





$$i_D = I_{DSS}\left(1+\frac{v_{GS}}{V_p}\right)^2$$

$$v_{GS}(t) = V_{GS0} + V_{gs}\cos(\omega t)$$

1) $$i_D = I_{DSS}\left(1+\frac{v_{GS}}{V_p}\right)^2 = I_{DSS}\left(1+\frac{V_{GS0}+V_{gs}\cos(\omega t)}{V_p}\right)^2$$

$$= I_{DSS}\left[1+\frac{2}{V_p}\left(V_{GS0}+V_{gs}\cos(\omega t)\right)+\left(\frac{V_{GS0}+V_{gs}\cos(\omega t)}{V_p}\right)^2\right]$$

$$= I_{DSS}\left[1+2\frac{V_{GS0}}{V_p}+\frac{2V_{gs}}{V_p}\cos(\omega t)+\left(\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)^2+\frac{2}{V_p^2}V_{GS0}V_{gs}\cos(\omega t)+\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2\cos^2(\omega t)\right]$$

$$= I_{DSS}\left[1+\frac{2V_{GS0}}{V_p}+\left(\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)^2+\left[\frac{2V_{gs}}{V_p}+\frac{2V_{gs}V_{GS0}}{V_p^2}\right]\cos(\omega t)+\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2\cos^2(\omega t)\right]$$

Or $\cos^2(\omega t) = \dfrac{1+\cos(2\omega t)}{2}$

$$= I_{DSS}\left[1+\frac{2V_{GS0}}{V_p}+\left(\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)^2+\left[\frac{2V_{gs}}{V_p}+\frac{2V_{gs}V_{GS0}}{V_p^2}\right]\cos(\omega t)+\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2\frac{1}{2}+\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2\frac{1}{2}\cos(2\omega t)\right]$$

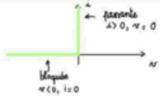
$$\boxed{i_D(t) = I_{DSS}\left[1+\frac{2V_{GS0}}{V_p}+\left(\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2+2\frac{V_{gs}}{V_p}\left(1+\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)\cos(\omega t)+\frac{1}{2}\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)\cos(2\omega t)\right.}$$

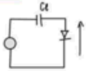
On en déduit :

$$\begin{cases} I_{D0} = I_{DSS}\left[1+\frac{2V_{GS0}}{V_p}+\left(\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2\right] \\ \quad = I_{DSS}\left[\left(1+\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2\right] \\ I_{D1} = I_{DSS}\left[2\frac{V_{gs}}{V_p}\left(1+\frac{V_{GS0}}{V_p}\right)\right] \end{cases}$$

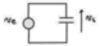
2) Relation entre V_{GS0} et V_{gs} ?

Détecteur de crête - Rappels : avec diode sans seuil



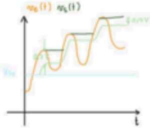


1) D passante ⇒ $v_s = v_e$

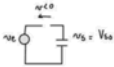


Or $i_c = C\frac{dv_e}{dt} > 0$

⇒ tension croissante



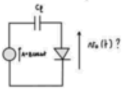
2) D bloquée



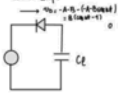
$v = v_e - V_{S0} < 0$

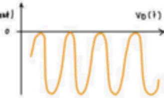
⇒ $v < V_{S0}$

Détecteur à crête sup.



crête inf.





Avec seuil : $v_D = -A-B+0{,}7-(A-B\cos\omega t)$

$= B(\cos\omega t-1)+0{,}7$

$v_D(t) = V_{GS}(t)$

$= -B+0{,}7+B\cos\omega t$

⇝ $V_{GS0} = -V_{gs}+0{,}7$

3°) On pose :

$$g = \frac{I_{D1}}{V_{gs}} \text{ pente équivalente du JFET pour le premier harmonique}$$

Calculer g en fonction de $x = \frac{V_{gs}}{V_p}$ et donner un schéma équivalent du transistor valable pour le 1er harmonique.

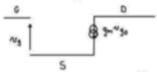
3) $I_{D1} = \frac{2I_{DSS}V_{gs}}{V_P}\left(1+\frac{V_{GS0}}{V_P}\right)$

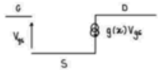
$$g = \frac{I_{D1}}{V_{gs}} = \frac{2I_{DSS}}{V_P}\left(1+\frac{V_{GS0}}{V_P}\right) = \frac{2I_{DSS}}{V_P}\left(1+\frac{-V_{gs}+0{,}7}{V_P}\right)$$

$$= \frac{2I_{DSS}}{V_P}\left(1+\frac{0{,}7}{V_P}-\frac{V_{gs}}{V_P}\right)$$

$$\boxed{g(x) = \frac{2I_{DSS}}{V_P}\left(1+\frac{0{,}7}{V_P}-x\right)}$$

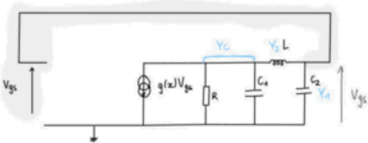
Schéma petit signal du JFET ⇝ schéma équivalent du transistor 1er h. :



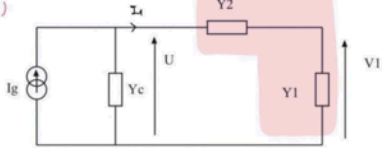


4°) Donner un schéma équivalent de l'ensemble valable pour le 1er harmonique.

4) Schéma équivalent de l'ensemble au premier harmonique



5) a)



- $I_1 = \frac{Y_{12}}{Y_{12}+Y_c} I_g$ $\qquad Y_{12} = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1+Y_2}$

- $V_1 = \frac{I_1}{Y_1} = \frac{Y_{12}}{Y_{12}+Y_c} I_g \frac{1}{Y_1} = \frac{\frac{Y_1Y_2}{Y_1+Y_2}}{\frac{Y_1Y_2}{Y_1+Y_2}+Y_c} I_g \frac{1}{\cancel{Y_1}}$

$$= \frac{Y_2 I_g}{Y_1Y_2 + Y_1Y_c + Y_2Y_c}$$

d'où $\boxed{\frac{V_1}{I_g} = \frac{Y_2}{Y_1Y_2 + Y_1Y_c + Y_2Y_c}}$

5) b) $Y_1 = jC_2\omega \qquad Y_2 = \frac{1}{jL\omega} \qquad Y_c = \frac{1}{R} + jC_1\omega$

On remplace dans l'expression ci-dessus

$$\frac{V_1}{I_g} = \frac{\frac{1}{j\omega L}}{\frac{jC_2\omega}{jL\omega} + \frac{\frac{1}{R}+jC_1\omega}{jL\omega} + jC_2\omega\left(\frac{1}{R}+jC_1\omega\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{j\omega L}}{\frac{C_2}{L} + \frac{1}{jLR\omega} + \frac{C_1}{L} + j\omega\frac{C_2}{R} - C_1C_2\omega^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{j\omega L}}{\frac{C_1+C_2}{L} + \frac{1}{jLR\omega} + j\omega\frac{C_2}{R} - C_1C_2\omega^2} \qquad \times \frac{jLR\omega}{jLR\omega}$$

$$\frac{V_1}{I_g} = \frac{R}{(C_1+C_2)j\omega R + 1 - \omega^2 LC_2 - jLRC_1C_2\omega^3}$$

Application numérique :

$I_{DSS} = 10$ mA $\qquad V_p = 4$ V $\qquad C_1 = 100$ pF $\qquad C_2 = 220$ pF $\qquad L = 50$ mH

$R = 1$ kΩ

$$\times \quad V_{gs} = -g(x)\, V_{gs} \frac{R}{jR(C_1+C_2)\omega + 1 - \omega^2 LC_2 - jC_1C_2RL\omega^3}$$

$$1 = -g(x) \frac{R}{jR(C_1+C_2)\omega + 1 - \omega^2 LC_2 - jC_1C_2RL\omega^3}$$

réel $\qquad$ réel $\qquad$ il faut donc que réel

$$\cancel{\omega}\cancel{R}(C_1+C_2) - C_1C_2\cancel{R}L\omega^{\cancel{3}2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad C_1 + C_2 = C_1C_2L\omega^2$$

$$\Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2L} \quad \text{d'où} \quad \omega = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2L}} \rightsquigarrow f = \frac{1}{2\pi}$$

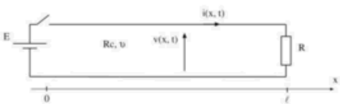
$$1 = -g(x) \frac{R}{1 - \frac{C_1+C_2}{C_1C_2L} LC_2}$$

$$= +g(x) \frac{R}{\frac{C_2}{C_1}} \rightarrow g(x) \times \frac{RC_1}{C_2} = 1$$

$$g(x) = \frac{C_2}{RC_1} \qquad x = \frac{V_{GS}}{V_p}$$

TD4 : Propagation dans une ligne en régime indiciel

Soit le circuit suivant :



1°) On ferme l'interrupteur à t = 0, les équations de la ligne sont :

$$V(x,p) = V^+(p)\,e^{-\frac{px}{v}} + V^-(p)\,e^{+\frac{px}{v}}$$

$$I(x,p) = \frac{V^+(p)}{R_c}\,e^{-\frac{px}{v}} - \frac{V^-(p)}{R_c}\,e^{+\frac{px}{v}}$$

A l'aide des équations aux limites en x = 0 et x = ℓ, (qui permettent de tenir compte de la nature exacte des extrémités), déterminer les expressions de V⁺(p) et V⁻(p).

En déduire l'expression de v(ℓ,t). Tracer l'allure de v(ℓ,t)

1) Interrupteur fermé à t = 0

(1) $V(x,p) = V^+(p)e^{-\frac{px}{v}} + V^-(p)e^{+\frac{px}{v}}$

(2) $I(x,p) = \frac{V^+(p)}{R_c}e^{-\frac{px}{v}} - \frac{V^-(p)}{R_c}e^{+\frac{px}{v}}$

(3) $V(0,p) = \frac{E}{p}$ (c'est en Laplace)

(4) $V(\ell,p) = RI(\ell,p)$

• (1) et (3) ⇝ (3') $\frac{E}{p} = V^+(p) + V^-(p)$

• (4), (1) et (2) $V^+(p)e^{-\frac{p\ell}{v}} + V^-(p)e^{\frac{p\ell}{v}} = R\left[\frac{V^+(p)}{R_c}e^{-\frac{p\ell}{v}} - \frac{V^-(p)}{R_c}e^{+\frac{p\ell}{v}}\right]$

On introduit le temps de parcours sur la ligne $\tau = \frac{\ell}{v}$

$\Rightarrow V^+(p)e^{-\tau p}\left[1-\frac{R}{R_c}\right] + V^-e^{+\tau p}\left[1+\frac{R}{R_c}\right] = 0$ $\quad \times e^{-\tau p}$

$$V^+(p)e^{-2\tau p}\left(1-\frac{R}{R_c}\right) + V^-\left(1+\frac{R}{R_c}\right) = 0 \quad \times\frac{1}{1+\frac{R}{R_c}}$$

$$V^+(p)e^{-2\tau p}\,\frac{1-\frac{R}{R_c}}{1+\frac{R}{R_c}} + V^- = 0$$

Comme $\frac{1-\frac{R}{R_c}}{1+\frac{R}{R_c}} = \frac{R_c-R}{R_c+R} \Rightarrow V^+(p)e^{-2\tau p}\times(-\Gamma) + V^-(p) = 0$

On note $\Gamma = -\frac{R_c-R}{R_c+R} \Rightarrow \boxed{V^-(p) = \Gamma e^{-2\tau p}V^+(p)}$

• (1) et (3) ⇝ (3') $\frac{E}{p} = V^+(p) + V^-(p)$

$$0 = -\Gamma e^{-2\tau p}V^+(p) + V^-(p) \qquad (2°)$$

$$V^+(p) = \frac{\begin{vmatrix}\frac{E}{p} & 1\\ 0 & 1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1\\ \Gamma e^{-2\tau p} & 1\end{vmatrix}} = \frac{\frac{E}{p}}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}$$

$$V^-(p) = \frac{\begin{vmatrix}1 & \frac{E}{p}\\ -\Gamma e^{-2\tau p} & 0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 1\\ -\Gamma e^{-2\tau p} & 1\end{vmatrix}} = \frac{E}{p}\,\frac{\Gamma e^{-2\tau p}}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}$$

RÉSOLUTION PAR MÉTHODE DES DÉTERMINANTS

$$\left\{\begin{array}{l} a = bx + cy \\ d = ex + fy \end{array}\right.$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix}a & c\\ d & f\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}b & c\\ e & f\end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix}b & a\\ e & d\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}b & c\\ e & f\end{vmatrix}}$$

$V(0,p) = V^+(p) + V^-(p) = \frac{E}{p} \rightarrow$ ok

$$V(\ell,p) = V^+(p)e^{-\tau p} + V^-(p)e^{\tau p}$$

$$= \frac{E}{p}\,\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\,e^{-\tau p} + \frac{E}{p}\,\frac{\Gamma e^{-2\tau p}}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\,e^{\tau p}$$

$$= \frac{E}{p}\,\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\left[e^{-\tau p} + \Gamma e^{-\tau p}\right]$$

$$= \frac{E}{p}\,\frac{e^{-\tau p}}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\,(1+\Gamma) \qquad \text{avec } \Gamma = -\frac{R_c-R}{R_c+R}$$

$$V(\ell,p) = \frac{E}{p}\,e^{-\tau p}\,\frac{2R}{R+R_c}\,\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}$$

$$\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}} = 1 - \Gamma e^{-2\tau p} + \Gamma^2 e^{-4\tau p} - \Gamma^3 e^{-6\tau p} + \Gamma^4 e^{-8\tau p} \qquad \frac{1}{1+q} = 1 - q + q^2 - q^3 + q^4 + \ldots$$

$$\rightsquigarrow \quad V(\ell,p) = \frac{E}{p}\, e^{-\tau p}\, \frac{2R}{R+R_c}\left[1 - \Gamma e^{-2\tau p} + \Gamma^2 e^{-4\tau p} - \Gamma^3 e^{-6\tau p} + \Gamma^4 e^{-8\tau p}\right]$$

$$= \frac{E}{p}\, \frac{2R}{R+R_c}\left[e^{-\tau p} - \Gamma e^{-3\tau p} + \Gamma^2 e^{-5\tau p} - \Gamma^3 e^{-7\tau p} + \Gamma^4 e^{-9\tau p}\right]$$

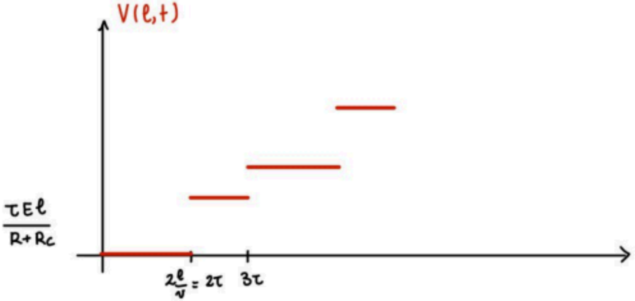
$$\overset{\mathcal{L}^{-1}}{\rightsquigarrow} \quad V(\ell,t) = E\, \frac{2R}{R+R_c}\left[u(t-\tau) - \Gamma u(t-3\tau) + \Gamma^2 u(t-5\tau) - \Gamma^3 u(t-7\tau) + \Gamma^4 u(t-9\tau)\right]$$

$$\boxed{V(\ell,t) = E\, \frac{2R}{R+R_c} \sum_{i=0}^{+\infty}\left[(-\Gamma)^i\, u\big(t-(2i+1)\tau\big)\right]}$$

$$V(\ell,p) = \frac{E}{p}\, \frac{2R}{R+R_c}\, \frac{e^{-\tau p}}{1+\Gamma e^{-2\tau p}} \qquad (\star)$$

$$\lim_{t\to\infty} V(\ell,t) = \lim_{p\to 0} p\,V(\ell,p)$$

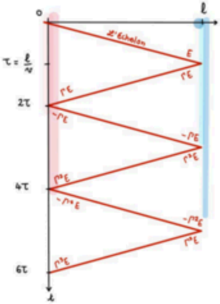
$$= \lim_{p\to 0} \cancel{p}\, \frac{E}{\cancel{p}}\, \frac{2R}{R+R_c}\, \frac{\overset{p\to 0\ \to\ 1}{e^{-\tau p}}}{1+\Gamma e^{-2\tau p}} = E\, \cancel{\frac{2R}{R+R_c}}\, \frac{1}{\cancel{\frac{2R}{R+R_c}}} = E$$



3°) Étudier v(ℓ,t) lorsque $R_c >> R$.

Dans ce cas la réponse peut être assimilée à un premier ordre. Déterminer une approximation de la constante de temps de ce premier ordre, et donner un schéma équivalent en « constantes localisées » du circuit ci-dessus.

2) Méthode du tableau (que pour savoir ce qui se passe aux extrémités de la ligne)



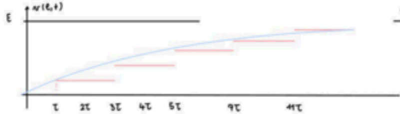
$v(0,t)$:

- $0 < t < 2\tau \quad v(0,t) = E$
- $2\tau < t < 4\tau \quad v(0,t) = E + \Gamma E - \Gamma E = E$
- $4\tau < t < 6\tau \quad v(0,t) = E + \Gamma E - \Gamma E + \Gamma^2 E - \Gamma^2 E = E$

$v(\ell,t)$:

- $0 < t < \tau \quad v(\ell,t) = 0$
- $\tau < t < 3\tau \quad v(\ell,t) = E + \Gamma E$
- $3\tau < t < 5\tau \quad v(\ell,t) = E + \Gamma E - \Gamma E + \Gamma^2 E = E + \Gamma^2 E$
- $5\tau < t < 7\tau \quad v(\ell,t) = E + \Gamma E - \Gamma E + \Gamma^2 E - \Gamma^2 E + \Gamma^4 E$
$= E + \Gamma^4 E$

3) $R_c \gg R$, $v(\ell,t)$?



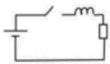
pente à l'origine : $\dfrac{\frac{2ER}{R+R_c}}{2\tau}$

ressemble bcp à un passe-bas pour réponse indicielle

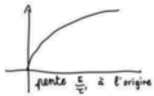
$\tau < t < 3\tau \quad E(1-\Gamma^2)$

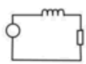
$$E\left(1 - \frac{R^2 - 2RR_c + R_c^2}{R^2 + 2RR_c + R_c^2}\right)$$

$$E\left[\frac{4RR_c}{R^2 + 2RR_c + R_c^2}\right]$$



$\tau' = \frac{L}{R}$





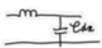
$$\frac{R}{R + jL\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$$

$$\frac{E\cancel{R}}{L} = \frac{\cancel{E}R}{\tau(R+R_c)}$$

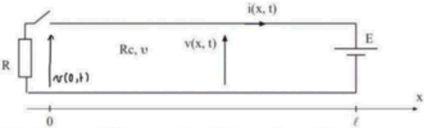
$$L = \tau(R + R_c)$$

$$\sim \tau R_c = \ell\sqrt{\mathcal{L}\mathcal{C}}\sqrt{\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{C}}}$$

$dx \leftrightarrow \quad \mathcal{L}\,dx = \mathcal{L}\ell$



TD5 : Modélisation de la commutation d'un composant d'une ligne de transmission



1°) Le fonctionnement de la ligne, avec conditions initiales, est entièrement décrit par :

$$V(x,p) = V^+(p)\,e^{-\frac{px}{\upsilon}} + V^-(p)\,e^{+\frac{px}{\upsilon}} + \frac{E}{p}$$

$$I(x,p) = \frac{V^+(p)}{R_c}\,e^{-\frac{px}{\upsilon}} - \frac{V^-(p)}{R_c}\,e^{+\frac{px}{\upsilon}}$$

On ferme l'interrupteur à t = 0.

a) Écrire les deux équations aux limites (en x = 0 et x = ℓ)
b) En déduire les expressions de $V^+(p)$ et $V^-(p)$ en fonction des données du problème.
c) Déterminer V(0,p), puis les limites de v(0,t) pour $t \to 0$ et $t \to \infty$
d) Tracer l'allure générale de v(0,t) (le calcul précis de la courbe n'est pas demandé)

1) $V(x,p) = V^+(p)\,e^{-\frac{px}{v}} + V^-(p)\,e^{\frac{px}{v}} + \frac{E}{p}$

$I(x,p) = \frac{V^+(p)}{R_c}\,e^{-\frac{px}{v}} - \frac{V^-(p)}{R}\,e^{\frac{px}{v}}$

1) a) (1) $v(\ell,t) = E$
$v(\ell,p) = \frac{E}{p}$

(2) $v(0,t) = -Ri(0,t)$
$v(0,p) = -Ri(0,p)$

1) b) $v(\ell,p) = V^+(p)\,e^{-\frac{p\ell}{v}} + V^-(p)\,e^{\frac{p\ell}{v}} + \frac{E}{p} = \frac{E}{p}$ d'après (1)

$\Rightarrow V^+(p)\,e^{-\frac{p\ell}{v}} + V^-(p)\,e^{\frac{p\ell}{v}} = 0$

$v(0,p) = V^+(p) + V^-(p) + \frac{E}{p} = -R\left[\frac{V^+(p)}{R_c} - \frac{V^-(p)}{R_c}\right]$ d'après (2)

$\Rightarrow V^+(p)\left[1 + \frac{R}{R_c}\right] + V^-(p)\left[1 - \frac{R}{R_c}\right] = -\frac{E}{p}$

D'où les 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases} V^+(p)\,e^{-\frac{p\ell}{v}} + V^-(p)\,e^{\frac{p\ell}{v}} = 0 \\ V^+(p)\left[1+\frac{R}{R_c}\right] + V^-(p)\left[1-\frac{R}{R_c}\right] = -\frac{E}{p} \end{cases}$

$\times e^{-\frac{\ell}{v}} \Rightarrow$ $0 = V^+(p)\,e^{-\frac{2p\ell}{v}} + V^-(p)$

$0 = V^+(p)\,e^{-2\tau p} + V^-(p)$ (où $\tau = \ell / v$)

$\dfrac{-\frac{E}{p}}{1+\frac{R}{R_c}} = V^+(p) + V^-(p)\dfrac{1-\frac{R}{R_c}}{1+\frac{R}{R_c}} = V^+(p) + V^-(p)\,\dfrac{R_c - R}{R_c + R}$

$\begin{cases} 0 = e^{-2\tau p}\,V^+(p) + V^-(p) \\ -\frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c} = V^+(p) - \Gamma V^-(p) \end{cases}$ système de Cramer
résolution par méthode déterminant

$\Rightarrow V^+(p) = \dfrac{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c} & -\Gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{-2\tau p} & 1 \\ 1 & -\Gamma \end{vmatrix}}$ et $V^-(p) = \dfrac{\begin{vmatrix} e^{-2\tau p} & 0 \\ 1 & -\frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{-2\tau p} & 1 \\ 1 & -\Gamma \end{vmatrix}}$

$$\boxed{\begin{aligned} V^+(p) &= \frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c}\cdot\frac{1}{-1-\Gamma e^{-2\tau p}} = -\frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c}\cdot\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}} \\ V^-(p) &= -\frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c}\,e^{-2\tau p}\cdot\frac{1}{(-\Gamma e^{-2\tau p})-1} = \frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c}\,e^{-2\tau p}\cdot\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}} \end{aligned}}$$

1) c) $V(0,p) = V^+(p) + V^-(\ell) + \frac{E}{p}$

$= -\frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c}\cdot\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}} + \frac{E}{p}\frac{R_c}{R+R_c}\,e^{-2\tau p}\cdot\frac{1}{1+\Gamma e^{-2\tau p}} + \frac{E}{p}$

$V(0,p) = \frac{E}{p}\left[1 + \frac{R_c}{R+R_c}\cdot\frac{(-1+e^{-2\tau p})}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\right]$

On utilise les théorèmes de la valeur finale / initiale

- $\lim\limits_{t\to 0} v(0,t) = \lim\limits_{p\to+\infty} p\,v(0,p) = \lim\limits_{p\to+\infty} p\,\frac{E}{p}\left[1 + \frac{R_c}{R+R_c}\cdot\frac{(-1+e^{-2\tau p})}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\right]$

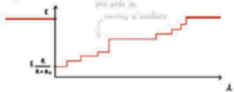
$$\boxed{\lim_{t\to 0} v(0,t) = E\left[1 - \frac{R_c}{R+R_c}\right]}$$

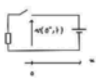
- $\lim\limits_{t\to\infty} v(0,t) = \lim\limits_{p\to 0} p\,v(0,p) = \lim\limits_{p\to 0} p\,\frac{E}{p}\left[1 + \frac{R_c}{R+R_c}\cdot\frac{(-1+e^{-2\tau p})}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\right]$

$= E\left[1 + \frac{R_c}{R+R_c}\times\frac{(-1+1)}{1+\Gamma}\right]$

$$\boxed{\lim_{t\to+\infty} v(0,t) = E}$$

1) d) $v(0^+,t)$

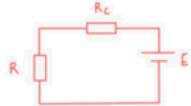




2°) Pour la première onde incidente, à t = 0, quel est le dipôle de Thévenin « vu » par la résistance R ?

2) Dipôle de Thévenin " vu " par la résistance R

Juste après fermeture de l'interrupteur, tout se passe comme si R était alimentée par une f.e.m E avec sa résistance interne R_c



3°) On étudier v(0,t) lorsque $R_c >> R$. Cette situation représente assez bien celle d'un composant qui consomme subitement un courant élevé sur une ligne d'alimentation.

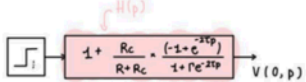
On peut dans ce cas effectuer l'approximation suivante :

$$e^{-2\tau p} \cong \frac{1}{1+2\tau p}$$

En utilisant l'approximation ci-dessus, déterminer le schéma d'un filtre du 1er ordre équivalent au circuit étudié. En déduire un schéma équivalent simplifié, pouvant être utilisé dans de nombreux cas pour la modélisation d'une ligne d'alimentation.

3) $v(0,t)$ pour $R_c \gg R$?

$$V(0,p) = \frac{E}{p}\left[1 + \frac{R_c}{R+R_c} \cdot \frac{(-1+e^{-2\tau p})}{1+\Gamma e^{-2\tau p}}\right]$$



$$H(p) = 1 + \underbrace{\frac{R_c}{R+R_c}}_{\simeq \frac{R_c}{R_c} = 1} \times \frac{-1 + \frac{1}{1+2\tau p}}{1 + \Gamma \frac{1}{1+2\tau p}}$$

d'après l'énoncé $e^{-2\tau p} \simeq \frac{1}{1+2\tau p}$

$$= 1 + \frac{-1-2\tau p+1}{1+2\tau p} \times \frac{1+2\tau p}{1+2\tau p+\Gamma}$$

$$= 1 - \frac{2\tau p}{1+2\tau p+\Gamma} = \frac{1+2\tau p+\Gamma-2\tau p}{1+2\tau p+\Gamma} = \frac{1+\Gamma}{1+\Gamma+2\tau p}$$

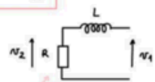
Mais : $1+\Gamma = \frac{R+R_c+R-R_c}{R+R_c}$ car on avait $\Gamma = \frac{R-R_c}{R+R_c}$

$$\underset{R_c \gg R}{\simeq} \frac{2R}{R_c}$$

$$\Rightarrow \boxed{H(p) \simeq \frac{2R/R_c}{\frac{2R}{R_c}+2\tau p} = \frac{1}{1+2\tau p\frac{R_c}{2R}} = \frac{1}{1+\tau p\frac{R_c}{R}}}$$

passe-bas du 1er ordre

$$H(p) \simeq \frac{1}{1+\tau' p} \quad \text{où } \tau' = \tau\frac{R_c}{R} = \frac{L}{R}$$



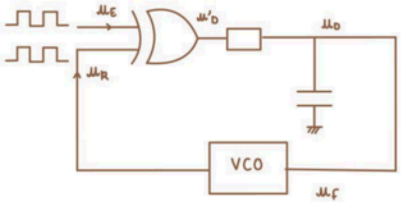
$$\Rightarrow L = \tau R_c = \frac{\ell}{v}R_c = \ell\sqrt{\mathcal{L}\mathcal{C}}\sqrt{\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{C}}} = \mathcal{L}\ell$$

schéma équivalent simplifié avec une inductance

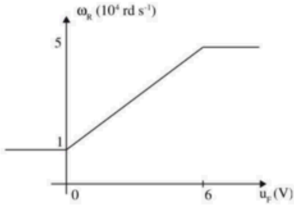
TD6 : Boucle à verrouillage de phase à ou exclusif

SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES

intérêt : pour synchroniser l'oscillateur sur un autre oscillateur
VCO ≡ oscillateur dont la fréquence est commandée par une tension



$u_E(t)$ et $u_R(t)$ sont des signaux périodiques carrés.
La sortie du ou exclusif varie entre 0 et +5 V.
La caractéristique du VCO est la suivante :



1°) Étude du point de repos

a) Tracer la caractéristique du détecteur de phase

b) Comment modifier le montage pour qu'il fonctionne avec $\Phi_E - \Phi_R = \pm \pi/2$ et $\Omega_E = 3\ 10^4$ rd/s ?

On conserve cette modification pour la suite de l'exercice.

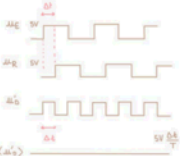
c) Le gain statique du filtre est égal à 1. Calculer $\Phi_E - \Phi_R$ pour $\Omega_E = 4\ 10^4$ rd/s.

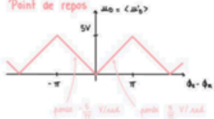
d) Déterminer les limites de la plage de verrouillage.

1) Étude du pt de repos

a) les 2 cas extrem : en phase, opposition de phase

Dans le cas général :



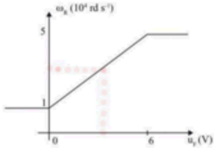


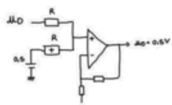
mais on ne distingue pas les 2 cas x-trem avec le XOR

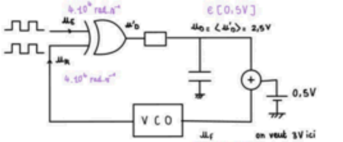
1) b) On veut que pour $\Omega_E = 3.10^4$ rad/s $\phi_E - \phi_R = \pm \pi/2$ $\Rightarrow \Omega_R = \Omega_E = 3.10^4$ rad/s

$\Rightarrow u_F = 3V$

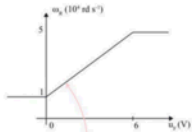
$\Rightarrow u_D = 2{,}5V$ (voir 1) a))







1) c)



$\Omega_R = 10^4 + \frac{(5-1)}{6} 10^4 u_F = 10^4 + \frac{2}{3} 10^4 u_F$

Pour $\Omega_E = 4.10^4$ rad/s

$\frac{2}{3} u_F = 3 \Rightarrow u_F = \frac{9}{2} = 4{,}5V$

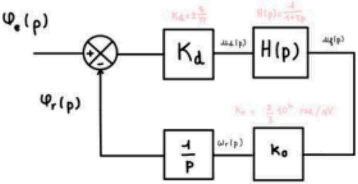
$\Rightarrow u_D = 4V$

1) d) la plage de verrouillage est celle des fréquences Ω_R correspondant à $u_F \in [0{,}5V ; 5{,}5V]$

- $u_F = 0{,}5V \rightsquigarrow \Omega_R = 10^4 + \frac{2}{3} 10^4 \times 0{,}5 = 13{,}33$ krad/s
- $u_F = 5{,}5V \rightsquigarrow \Omega_R = 10^4 + \frac{2}{3} 10^4 \times 5{,}5 = 46{,}66$ krad/s

2) Régime dynamique

a) Schéma fonctionnel de la boucle



$\varphi_E(t) = \phi_E + \underbrace{\varphi_e(t)}_{\varphi_e(p)}$

$\varphi_R(t) = \phi_R + \underbrace{\varphi_r(t)}_{\varphi_r(p)}$

$k_d = \begin{cases} +\frac{5}{\pi} \text{ si } \phi_E - \phi_R = \pi/2 \\ -\frac{5}{\pi} \text{ si } \phi_E - \phi_R = -\pi/2 \end{cases}$ $\quad H(p) = \dfrac{1}{1+\tau p}$ où $\tau = RC$ $\quad K_0 = \frac{2}{3} 10^4$ rad/sV

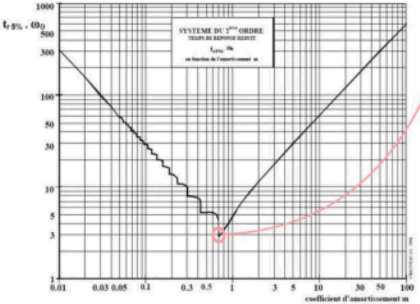
2) b) fonction de transfert

$$\frac{\varphi_r(p)}{\varphi_e(p)} = \frac{K_d \frac{1}{1+\tau p} \frac{K_0}{p}}{1 + K_d \frac{1}{1+\tau p} \frac{K_0}{p}} = \frac{K_d K_0}{(1+\tau p) p K_d K_0} = \frac{K_d K_0}{K_d K_0 + p + \tau p^2} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_d K_0} + \frac{\tau p^2}{K_d K_0}}$$ passe-bas ordre 2

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_d K_0}{\tau}} \\ \dfrac{2m}{\omega_0} = \dfrac{1}{K_d K_0} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{K_d K_0} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_d K_0}{\tau}} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\tau K_d K_0}}$$

$$\boxed{H(p) = \frac{A}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}$$

2) c)



donne le temps de réponse minimal

Pour $m = 0,7$ qu'on lit :

$0,7 = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{K_d K_0 \tau}}$

$\Rightarrow \tau = \dfrac{1}{(2 \times 0,7)^2 \times K_d K_0}$

$K_d = 5/\pi$ et $K_0 = \frac{2}{3} 10^4$

d'où $\boxed{\tau = 4,95 \cdot 10^{-5} s}$

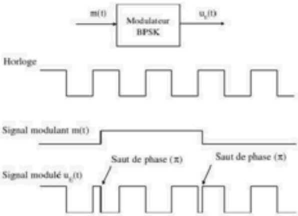
QUESTION BONUS

Que vaut le temps de réponse dans ce cas ? t_r

Pour $m = 0,7$, $\underbrace{\omega_0 \cdot t_{R5\%} = 3}_{\text{d'après le graphe}} \Rightarrow t_r = \frac{3}{\omega_0} = 3\sqrt{\frac{\tau}{K_d K_0}} \Rightarrow t_r = 2,05 \cdot 10^{-4}$ s $= 0,2$ ms

TD 7: BOUCLE A VERROUILAGE DE PHASE
RÉCUPÉRATION DE L'HORLOGE D'UN SIGNAL MODULÉ BPSK
DÉMODULATION BPSK

Un signal modulé BPSK est un signal quasi-périodique dont la phase varie de $\Delta\phi = \pm\pi$, sur commande du signal modulant :



On s'intéresse à la réception du signal $u_E(t)$. Le dispositif que l'on souhaite réaliser est donc un démodulateur. Le démodulateur permet de retrouver le signal m(t) à partir du signal $u_E(t)$.

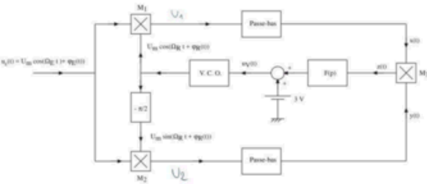
Pour réaliser un démodulateur BPSK, on comprend aisément qu'il est nécessaire, dans un premier temps, de *récupérer la fréquence d'horloge*, c'est à dire, reconstituer une horloge « parfaite », alors que l'on ne dispose que du signal $u_E(t)$:

1°) Récupération du signal d'horloge à l'aide d'une boucle simple à « ou exclusif ».

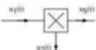
On peut baser sa réflexion sur la boucle utilisée lors du TD précédent : si la boucle est stable pour une certaine valeur de $\varphi_E - \varphi_R$, l'est-elle encore pour $\varphi_E - \varphi_R + \pi$?

Une telle boucle convient-elle pour récupérer le signal d'horloge ?

2°) Pour pallier au problème précédent, on utilise une « Boucle de Costas » :



Tous les multiplieurs sont identiques et caractérisés par :

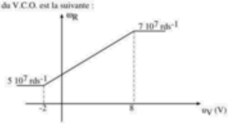


$$u_3(t) = \frac{2}{U_m} u_1(t)\, u_2(t)$$

$U_m = 4$ V

Les deux filtres passe-bas sont identiques, de gain statique 1. Le gain statique du filtre de boucle est aussi égal à 1.

La caractéristique du V.C.O. est la suivante :



Dans l'hypothèse où la boucle est verrouillée déterminer l'expression de z(t) en fonction de U_m, φ_R, et φ_E.

Pour une valeur de $\varphi_E - \varphi_R$ stable un saut de phase de +/− π conduit à une instabilité

pour qu'une boucle fermée soit stable (il faut que les Vd, Ko garde le même signe)

2)

$z(t) = \frac{2}{U_m} x(t) y(t)$.

$U_1 = \frac{2}{U_m}[U_m(\cos(\Omega_E t + \varphi_E(t)) \cdot U_m(\cos(\Omega_R t + \varphi_R(t))]$

$U_2 = \frac{2}{U_m}[U_m(\cos(\Omega_E t) + \varphi_E(t)) \cdot U_m(\sin(\Omega_R t + \varphi_R(t))]$

$u_1(t) = \frac{2}{U_m} \times U_m^2 \frac{1}{2}\left(\cos((\Omega_E + \Omega_R)t + \varphi_E + \varphi_R) + \cos((\Omega_E - \Omega_R)t + \varphi_E - \varphi_R)\right)$

$= U_m(\cos((\Omega_E + \Omega_R)t + \varphi_E + \varphi_R) + \cos((\Omega_E - \Omega_R)t + \varphi_E - \varphi_R))$

$x(t) = U_m \cos(\varphi_E - \varphi_R)$ (car filtre passe bas.

$U_2(t) = \frac{2}{U_m} \times U_m^2 \frac{1}{2}(\sin((\Omega_E + \Omega_R)t + \varphi_E + \varphi_R - \sin((\Omega_E - \Omega_R)t + \varphi_E - \varphi_R)$

$\boxed{y(t) = -U_m \sin(\varphi_E - \varphi_R)}$

$x(t)y(t) = -2U_m \cos(\varphi_E - \varphi_R)\sin((\varphi_E - \varphi_R)$

$z(t) = -U_m[\sin(2(\varphi_E - \varphi_R)) - \sin(\varphi_E - \varphi_R - \varphi_E + \varphi_R)]$

$z(t) = -U_m \sin(2(\varphi_E - \varphi_R))$

3°) On a $\Omega_E = 6\ 10^7$ rd s^{-1} et $\varphi_E(t) = \Phi_{E0}$ quelconque. Dans l'hypothèse où la boucle est verrouillée, déterminer les valeurs de Ω_R, $u_V(t)$, $z(t)$, $\varphi_E(t) - \varphi_R(t)$, et $\varphi_R(t)$.

3) boucle verrouillée $\Omega_E = \Omega_R = 6\,10^7$ rd s^{-1}

$U_v \in [-2, 8]$ $\omega_R = K_o u_v + \omega_L$

$$K_o = \frac{7-5}{8+2} 10^7 = \frac{2}{10} 10^7 = 0{,}2\ 10^7\ K_o$$

$\omega_L = \omega_R - K_o u_v$ $\quad (\omega_R = 5\,10^7,\ u_v = -2)$

$\omega_L = 5\,10^7 + 4\,10^6 = 54\ 10^6$ rd.s^{-1} $\quad 5{,}4 . 10^7$

$$u_v = \frac{\omega_R - \omega_L}{K_o} = \frac{6\ 10^7 - 5{,}4\ 10^7}{\frac{2}{10} . 10^7} = 0{,}6 \times 5 = 3\ V$$

$Z(t) F(p) + 3 = 3 = U_v$

$\downarrow$ gain $= 1$

$\Rightarrow Z(t) = 0$

$z(t) = 0 \Rightarrow -U_m \sin(2(\varphi_E - \varphi_R)) = 0$ avec $\varphi_E = \Phi_{E0}$

$2(\Phi_{E0} - \varphi_R) = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

$\Phi_{E0} - \varphi_R = \frac{k\pi}{2} \rightarrow \boxed{\varphi_R = \Phi_{E0} - \frac{k\pi}{2}}$

4°)

a) Tracer la courbe $z = f(\varphi_E - \varphi_R)$.

b) Quelle est la période de la fonction $z = f(\varphi_E - \varphi_R)$?

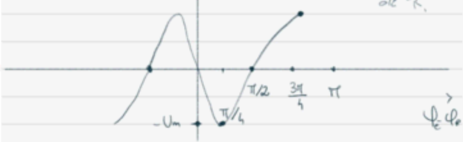
c) Quelle est la valeur de z pour $\varphi_E - \varphi_R = -\frac{\pi}{2}$ et pour $\varphi_E - \varphi_R = -\frac{\pi}{2} + \pi$?

d) Sur quel signal retrouve-t-on le signal d'horloge ?

e) Indiquer une méthode permettant de retrouver le signal modulant m(t).

4) période de f est π-périodique

vérifier qu'on a bien la même pente qd on fait un saut de π.



d) En sortie du VCO $\Omega_R = \Omega_E$.

e) On retrouve en $x(t) = U_m \cos(\varphi_E - \varphi_R)$

saut de phase de $\pi \rightarrow x(t) = U_m \cos(\varphi_E - \varphi_R + \pi)$

$x(t) = -U_m \cos(\varphi_E - \varphi_R)$.

En prenant signe $(x(t))$ on retrouve le signal modulant.

5°) Déterminer la plage de verrouillage $[\Omega_{Emin}, \Omega_{Emax}]$.

$\omega_R = K_d u_v + \omega_L$

$U_v = \frac{\omega_R - \omega_L}{K_d}$

$Z(t) \in [-4, 4]$ $\quad u_v = Z(t) + 3V$

$-1 \leqslant u_v \leqslant 7$ (inclus dans le domaine de commande du VCO)

$-1 \leqslant \frac{\omega_R - \omega_L}{K_d} \leqslant 7$.

$-K_o + \omega_L \leqslant \omega_R \leqslant 7 K_o + \omega_L$

$-0{,}2\,10^7 + 5{,}4\,10^7 \leqslant \omega_R \leqslant 7 \times 0{,}2\,10^7 + 5{,}4\,10^7$

$5{,}2\,10^7 \leqslant \omega_R \leqslant 6{,}8\,10^7$

$\uparrow \qquad \uparrow$

$\Omega_{E\,min} \qquad \Omega_{E\,max}$

6°) Tracer le schéma fonctionnel en régime dynamique avec $\varphi_e(t)$ en entrée du système.

Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\frac{u_v(p)}{\varphi_e(p)}$

Tracer l'allure de $u_v(t)$ si $\varphi_E(t)$ est un échelon d'amplitude ε, avec $\varepsilon \ll \pi$

Que se passe-t-il si l'échelon est d'amplitude $\pi + \varepsilon$?

Le système est-il stable pour $\varphi_E - \varphi_R = -\frac{\pi}{2}$ et pour $\varphi_E - \varphi_R = -\frac{\pi}{2} + \pi$?

Bonus

6) $\omega_R(t) = \frac{d\varphi_R}{dt} \rightarrow \omega_R(p) = p\,\varphi_R(p)$

$\varphi_R(p) = \frac{\omega_R(p)}{p}$

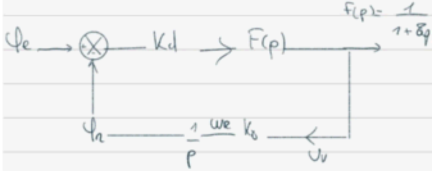
calcul de Kd du détecteur de phase.

$z(t) = -U_m \sin(2(\varphi_E - \varphi_R))$

$z'(t) = -2U_m \cos(2(\varphi_e - \varphi_R))$ (dérivée / $\varphi_e - \varphi_R$

$\left.\frac{dz}{d\varphi_E - \varphi_R}\right|_{\varphi_E - \varphi_R = -\frac{\pi}{2}} = 2U_m \longrightarrow K_d = 2U_m$

$F(p) = \frac{1}{1+\tau p}$



$U_v = (\varphi_e - \varphi_R)\,K_d\,F(p)$

$\varphi_R = \frac{1}{p} K_0 U_v$.

$U_v = \varphi_e K_d F(p) - \frac{K_0 K_d F(p)}{p} U_v$

$U_v\left(\frac{p + K_0 K_d F(p)}{p}\right) = \varphi_e K_d F(p)$

$U_v = \varphi_e K_d F(p) \times \frac{p}{p + K_0 K_d F(p)}$

$\frac{U_v}{\varphi_e} = \frac{\frac{p K_d}{1+\tau p}}{p + \frac{K_0 K_d}{1+\tau p}} = \frac{p K_d}{p + \tau p^2 + K_0 K_d}$

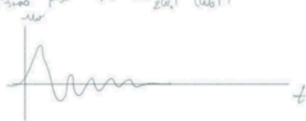
$= \frac{p / K_0}{1 + \frac{1}{K_0 K_d} p + \frac{\tau}{K_0 K_d} p^2}$

tracer l'allure de $U_v(t)$ si $\varphi_e(t)$ est un échelon d'amplitude ε avec $\varepsilon \ll \pi$ Que se passe-t-il si l'échelon est d'amplitude $\pi + \varepsilon$.

$U_v(p) = H(p)\,\varphi(p)$ avec $\varphi_E(p) = \frac{\varepsilon}{p}$

$\lim_{t \to 0} = \lim_{p \to \infty} p \frac{\varepsilon}{p} \frac{p H_0}{1 + \frac{\xi}{2\omega_0} p + \left(\frac{\omega}{\omega_0} p\right)^2} = \frac{p}{p} \frac{\varepsilon H_0}{\left(\frac{1}{p} + \frac{\xi}{2\omega_0} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} p\right)} = 0$

$\lim_{t \to \infty} = \lim_{p \to 0} \cancel{p} \frac{\varepsilon}{\cancel{p}} \frac{p H_0}{1 + \frac{\xi}{2\omega_0} p + \left(\frac{\omega}{\omega_0} p\right)^2} = 0$

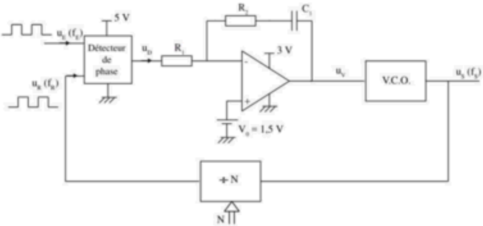


le système pour $\varphi_E - \varphi_R = -\frac{\pi}{2}$ et pour $\varphi_E - \varphi_R = -\frac{\pi}{2} + \pi$

Oui c'est stable.

TD 8: BOUCLE À VERROUILLAGE DE PHASE SYNTHETISEUR DE FREQUENCE

On étudie le dispositif suivant :

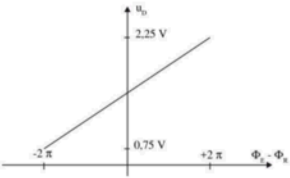


On souhaite réaliser, avec ce circuit, un synthétiseur de fréquence, fonctionnant entre 4 MHz et 5 MHz, par pas de 100 kHz, avec un temps de réponse à 5% inférieur à 1 ms, et un dépassement indiciel inférieur à 20%.

$f_s = Nf_e$. car $f_R = \frac{f_S}{N}$ et A verrouillage on a $f_E = f_R$

L'amplificateur opérationnel est de type rail to rail, et est alimenté entre 0 et 3 V.

La caractéristique statique du détecteur de phase est :



La caractéristique du V.C.O. est donnée par : $f_S = f_c + K'_0 u_V$, avec K'_0 = -1 MHz / V et f_c = 6 MHz

1°) Déterminer, en régime statique, la relation entre f_S et f_E.

2°) Quand N passe de la valeur N à N+1, quelle est la variation de la fréquence de sortie ? En déduire la valeur de f_E conforme au cahier des charges.

$f_{s_2} = (N+1) f_{e_1}$
$f_{s_2} = Nf_{e_1} + f_{e_1}$
$\Delta f = f_{s_2} - f_{s_1} = Nf_{e_1} + f_{e_1} - Nf_{e_1} = f_{e_1}$
fonctionnement entre 4 et 5 MHz par pas de 100 kHz
→ f_e = 100 kHz

3°) Déterminer la plage de valeur $[N_{Min}, N_{Max}]$

3) $N = \frac{f_s}{f_e}$ → $N_{min} = \frac{4\,MHz}{100\,kHz} = 40$, $N_{max} = \frac{5\,MHz}{100\,kHz} = 50$
$N \in [40, 50]$

$$u_V(p) = -R_2 i - \frac{i}{Cp} + V_0 = -i\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right) + V_0.$$

$$U_D = V_0 + U_{R_1} = V_0 + iR_1 \iff i = \frac{1}{R_1}(U_D - V_0)$$

$$u_V(p) = -\frac{1}{R_1}(U_D - V_0)\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right) + V_0$$

$$= \left(-\frac{U_D}{R_1} + \frac{V_0}{R_1}\right)\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right) + V_0$$

$$= -U_D\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{p}\frac{U_D}{R_1C} + V_0\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{p}\frac{V_0}{R_1C} + V_0$$

$$pU_V(p) = -pU_D\frac{R_2}{R_1} - \frac{U_D}{R_1C} + pV_0\frac{R_2}{R_1} + \frac{V_0}{R_1C} + V_0 p$$

$$\frac{d}{dt}U_V(t) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{d}{dt}U_D - \frac{U_D}{R_1C} + \frac{V_0}{R_1C}$$

$$u_V'(t) = -\frac{R_2}{R_1}U_D' - \frac{1}{R_1C}U_D + \frac{V_0}{R_1C}$$

4°) Déterminer l'équation différentielle entre $u_V(t)$ et $u_D(t)$ en fonction de R_1, R_2, C et V_0
En déduire la seule valeur possible de u_D en régime statique, quel que soit le point de fonctionnement.

$$R_1C_1u_V'(t) = -R_2C_1U_D' - U_D + V_0.$$

$$R_1C_1u_V'(t) + R_2C_1U_D' + U_D = V_0$$

En régime statique, au verrouillage fs est constant donc U_V est constant $\frac{dU_V}{dt} = 0$

$\Rightarrow$ la solution est U_D est cst $= V_0 = 1,5V$

$$U_D = K_d(\varphi_E - \varphi_R) + V.$$

$$K_d = \frac{2,25 - 0,75}{2\pi + 2\pi} = \frac{1,5}{4\pi} = \frac{3}{8\pi}$$

$$0,75 = \frac{3}{8\pi}(-2\pi) + V$$

$$0,75 + \frac{6\pi}{8\pi} = V = 0,75 + \frac{3}{4} = 1,5 \quad \boxed{V = 1,5}$$

$U_D = 1,5 \Rightarrow \Phi_E - \Phi_R = 0.$

caractéristique VCO. $f_s = f_c + K_0' U_V$

$$U_V = \frac{f_s - f_c}{K_0'}$$

5°) Pour les deux valeurs limites de N, calculer la valeur numérique de U_V et de $\Phi_E - \Phi_R$.

$f_{s_{min}} = N_{min} f_e$

$f_{s_{max}} = N_{max} f_e$

$$\frac{f_{s_{min}} - f_c}{K_0'} \geq U_V \geq \frac{f_{s_{max}} - f_c}{K_0'}$$

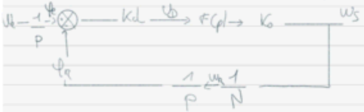
$$\frac{4 - 6}{-1} \geq U_V \geq \frac{5 - 6}{-1}$$

$$2 \geq U_V \geq 1$$

6°) Calculer la fonction de transfert $\frac{\omega_s(p)}{\omega_e(p)}$ (boucle fermée) en régime dynamique.

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = \qquad \omega = p\,\phi_e$$

en dynamique pour ce c'est en prend que les pentes



$K_0 = 2\pi K_0'$

En dynamique V_0 éteint

$$F(p) = \frac{V}{V_d} = -\frac{\left(R_2 + \frac{1}{pC_1}\right)}{R_1} = -\frac{(R_2C_1p + 1)}{R_1C_1p}$$

$$H'(p) = \frac{K_dF(p)K_0}{1 + \frac{K_dF(p)K_0}{pN}} = \frac{K_dF(p)K_0pN}{pN + K_dF(p)K_0}$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{1}{p}\,\frac{K_dF(p)K_0pN}{pN + K_dF(p)K_0} = \frac{1}{p}\,\frac{-\frac{K_dK_0(R_2C_1p+1)pN}{R_1C_1p}}{pN - K_dK_0\frac{(R_2C_1p+1)}{R_1C_1p}}$$

$$= \frac{1}{p}\,\frac{(-K_dK_0R_2C_1p - K_dK_0)pN}{R_1C_1p^2N - K_dK_0R_2C_1p - K_dK_0}$$

$$= \frac{(-K_dK_0R_2C_1 - K_dK_0)pN}{C_1R_1p^2N - K_dK_0R_2C_1p - K_dK_0} = \frac{pN(R_2C_1+1)}{1 + R_2C_1p - \frac{R_1C_1Np^2}{K_dK_0}}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = -\frac{NR_1C_1}{K_dK_0} \iff \omega_0 = \sqrt{\frac{-K_dK_0}{NR_1C_1}} \qquad K_0 < 0$$

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = R_2C_1 \iff \xi = \frac{R_2C_1\omega_0}{2} = \frac{R_2\sqrt{C_1}}{2}\sqrt{\frac{-K_dK_0}{NR_1}}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = -\frac{NR_1C_1}{K_dK_0} \iff \omega_0 = \sqrt{\frac{-K_dK_0}{NR_1C_1}} \qquad K_0 < 0$$

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = R_2C_1 \iff \xi = \frac{R_2C_1\omega_0}{2} = \frac{R_2\sqrt{C_1}}{2}\sqrt{\frac{-K_dK_0}{NR_1}}$$

$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7 \qquad \theta = t \times \omega_0$ on prend le N le qui nous donne les petit temps de réponse

cours p49 $\quad t_r = \frac{3}{\xi\omega_0}$ si $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad t_r = \frac{3\sqrt{2}}{\omega_0}$ donc $N = 50$.

7°) A l'aide du graphique ci-dessous, donner les conditions permettant de calculer les valeurs de R_1, R_2 et C, permettant de répondre au cahier des charges.

$$\frac{3\sqrt{2}}{\omega_0} < 1.10^{-3}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{1.10^{-3}} < \omega_0 = \sqrt{-\frac{K_dK_0}{NR_1C_1}}$$

$$\frac{9 \times 2}{10^{-6}} < -\frac{K_dK_0}{NR_1C_1}$$

$$\iff R_1C_1 < -\frac{K_dK_0\,10^{-6}}{18\,N} = 833\ \mu s$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{R_2C_1\omega_0}{2}$$

$$R_2C_1 = \frac{2}{\sqrt{2}\,\omega_0} = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0}$$

$$R_2C_1 = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{N_1C_1R_1}{-K_dK_0}}$$

$$R_2C_1 = 333\ \mu s.$$

exemple $C_1 = 10\ nF$ $R_1 = \frac{833}{C_1}10^{-6} = 83{,}3\ K\Omega$ $\quad R_2 = 33{,}3\ K\Omega$

TD 9: CONVERTISSEUR FRÉQUENCE TENSION POUR ANÉMOMETRE

Beaucoup de capteurs fournissent un signal dont la fréquence est fonction de la grandeur physique à mesurer. C'est le cas d'un anémomètre à coupelles (www.elmed.it) :

La relation entre la vitesse de rotation du moulinet N et la vitesse du vent V, relation fonction de la géométrie des coupelles, est dans notre cas :

$$N \text{ (en tr/s)} = 0,5 \cdot V \text{ (en km/h)}$$

L'axe du moulinet est solidaire d'un disque comportant une piste optique :

Un système optique permet de fabriquer un signal numérique fonction de la couleur (noire ou blanche) de la zone sous le capteur optique. Le disque optique utilisé comporte 512 secteurs : 256 secteurs noirs et 256 secteurs blancs. La fréquence du signal ainsi généré est fonction de la vitesse du vent.

Afin d'obtenir une tension représentant la vitesse du vent, il faut utiliser un convertisseur fréquence tension. Une boucle à verrouillage de phase peut assurer cette fonction.

L'objectif de ce problème est de réaliser un système mesurant une vitesse de vent comprise entre 10 km/h et 100 km/h.

1 (tr/min) = $\frac{1}{2}$ km/h. ω rad s^{-1} = $\frac{2\pi}{60}$ N.

| blanc | Noir |

Pour 1 tour

$\frac{T}{2} = \frac{1}{512} \Rightarrow T = \frac{2}{512} = \frac{1}{256} = 256$ Hz

pour N $\frac{T}{2} = \frac{1}{N\,512} \rightarrow T = \frac{2}{N\,521}$ F = N 256 Hz

N = 0,5 V (en km/h

V = 10 km/h → N = 5 tr/s F_{min} = 1,28 kHz

V = 100 km/h → N = 50 tr/s   → f_{max} 12,8 kHz

1°) Calculer la valeur minimale et maximale de la fréquence obtenue pour une vitesse de vent comprise entre 10 km/h et 100 km/h

2°) On utilise dans ce paragraphe une boucle à verrouillage de phase avec un OU exclusif alimenté en 5 V.

Le filtre de boucle est un passe-bas du premier ordre, d'amplification statique égale à 1 et de constante de temps τ égale à 1 ms.

Soit f_R la fréquence de sortie du VCO et $u_V(t)$ sa tension d'entrée. La relation entre f_R et u_V, pour une tension u_V comprise entre 0 et 10 V, est :

$$f_R = f_0 + K'_0 . u_V \qquad \text{avec } f_0 = 1 \text{ kHz et } K'_0 = 3 \text{ kHz/V}$$

On note $u_E(t)$ la tension d'entrée de la boucle, donc la tension de sortie de l'anémomètre, et f_E sa fréquence, $u_R(t)$ la tension de sortie du VCO et $u_D(t)$ la tension de sortie du détecteur de phase.

2) → F(p) — Uv(t) — $\boxed{\text{VCO}}$ — $U_R(t)$ à la fréquence f_R

alimenté en 5V

detecteur de φ à XOR $0 \leq U_v(t) \leq 5$

⇒ $\boxed{1\text{ kHz} \leq f_R \leq 16\text{ kHz}}$

2.1. Calculer la plage de verrouillage.

2.2)

U_v — $\boxed{\text{VCO}}$ — $U_R(t)$ à la fréquence f_R

$\frac{0,28}{3}$

$f_R = K_0' U_v + f_0$.

$f_{min} = K_0' U_{vmin} + f_0 \Leftrightarrow U_{vmin} = (f_{min} - f_0)/K_0' = \frac{1,28 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^3} =$

$f_{max} = K_0' U_{vmax} + f_0 \Leftrightarrow U_{vmax} = (f_{max} - f_0)/K_0'$ $\frac{12,8 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^3}$

$\frac{11,8}{3}$

$U_{vmin} = 0,093$ V

$U_{vmax} = 3,93$ V

2.2. Calculer la tension de sortie de ce système pour une vitesse de vent égale à 10 km/h, puis 100 km/h. En déduire la relation donnant cette tension en fonction de la vitesse du vent, notée V.

2.3. Dans le cas où la vitesse du vent est nulle, la tension de sortie du capteur est fixe et égale à 0V ou 5V. Calculer alors la tension u_V. Conclusion ?

2.3

Ne pas utiliser la formule précédente car conduit à un $U_V < 0$ a le VCO n'est pas fait pour fonctionner comme ça.

Uc variant 0 ou 5V

Valeur moyenne $U_V = 2{,}5V$.

$f_r = K_0' U_V + f_0$
$= 3\times 2{,}5\,10^3 + 1\,10^3 = 8{,}5\,10^3$

$f_r = N\,256\ Hz \qquad 8{,}5\,10^3 = 256\,N$

$\frac{8{,}5\,10^3}{256} = N$

$33{,}2 = N$

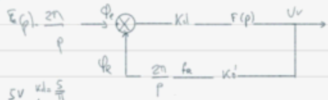
$N = 0{,}5\,V$ (en km/h) $\Rightarrow V = 66{,}4$ km/h.

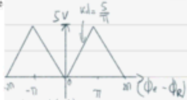
$\boxed{V = \frac{N}{0{,}5} = \frac{f_r}{128}}$

$\omega = p\varphi \qquad \omega = p\varphi$
$2\pi f = p\varphi$

2.4. Le point de repos est défini comme étant le point de fonctionnement au milieu de la plage de verrouillage. On applique un échelon de fréquence à partir du point de repos.
On appelle $F_e(p)$ et $U_v(p)$ les transformées de Laplace des variations de la fréquence d'entrée et de la tension à l'entrée du VCO autour de leur point de repos.
Donner le schéma fonctionnel valable pour des variations autour du point de repos, avec $F_e(p)$ en entrée et $U_v(p)$ en sortie. On notera K_D le coefficient du détecteur de phase.

2.4)





$F(p) = \frac{1}{1+\tau p}$

2.5. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée, notée H(p).

$H(p) = \frac{U_V(p)}{F_e(p)}$

$H' = \frac{K_d F(p)}{1 + \frac{K_d F(p) 2\pi K_0'}{p}} = \frac{K_d F(p)\, p}{p + K_d F(p) 2\pi K_0'}$

$H(p) = \frac{2\pi}{p} \times \frac{K_d F(p)\, p}{p + K_d F(p) 2\pi K_0'} = \frac{2\pi K_d F(p)}{p + K_d F(p) 2\pi K_0'}$

$= \frac{\frac{2\pi K_d}{1+\tau p}}{p + \frac{2\pi K_d K_0'}{1+\tau p}} = \frac{2\pi K_d}{p + \tau p^2 + 2\pi K_d K_0'} = \frac{1/K_0}{1 + \frac{1}{2\pi K_d K_0'} p + \frac{\tau}{2\pi K_d K_0'} p^2}$

$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau}{2\pi K_d K_0} \iff \omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi K_d K_0'}{\tau}}$

$\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{2\pi K_d K_0'} \iff \xi = \frac{\omega_0}{4\pi K_d K_0'} = \frac{\sqrt{2\pi K_d K_0'}}{\sqrt{\tau}} \times \frac{1}{4\pi K_d K_0'}$

$\xi = \frac{1}{2\sqrt{\tau\pi K_d K_0'}} \qquad A = \frac{1}{K_0'}$

$\tau = 1\,ms$
$K_d = \frac{5}{\pi}$ V/rd
$K_0' = 3$ kHz/V

$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi \times \frac{5}{\pi} \times 3\,10^3}{1\,10^{-3}}} = 5477$

$\xi = \frac{5477}{4\pi\,\frac{5}{\pi} \times 3\,10^3} = 0{,}09 \simeq 0{,}1$

2.6. À partir de l'abaque donné en annexe à la fin du texte, calculer le temps de réponse à 5% de la boucle.

$t_{5\%} \times \omega_0 = 30$

$t_{5\%} = 30/\omega_0 = 30/5477 = 0{,}005\ s$
$= 5\ ms$

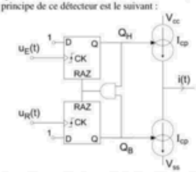
2.7. Une estimation de la plage de capture donne 977 Hz. Que se passe-t-il si le vent augmente brutalement de 0 à 20 km/h ?

2.7)
si le vent est nul (V = 0 km/h) → Uv = 2,5 V et fr = 8,5 kHz
V = 20 km/h → N = 0,5 V = 10 tr/s → fr = N 256 Hz = 2,56 kHz
dépassement de la plage de capture
⇒ déverrouillage de la boucle

2.8. Comment modifier la constante de temps τ afin d'augmenter la plage de capture ? Quelle est alors la conséquence au niveau du signal u_V ?

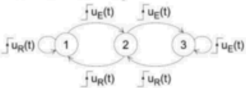
2.8)
il faudrait ↘ la constante de temps τ du filtre passe bas
pb : la fréquence de coupure fc du filtre passe bas va ↗ et la tension Uv sera perturbée par des ondulations hautes fréquences.

3°) Pour corriger les défauts mis en évidence dans les questions précédentes, le détecteur de phase est maintenant le détecteur séquentiel à trois états avec une sortie en courant, aussi appelé détecteur à pompe de charge. Le schéma de principe de ce détecteur est le suivant :



Les deux bascules D sont sensibles aux fronts montants de $u_E(t)$ et $u_R(t)$, et possèdent une entrée de remise à zéro asynchrone. Les deux sorties des bascules définissent la valeur du courant de sortie i(t).
Les trois états possibles de ce détecteur, avec la valeur du courant de sortie i(t), sont :

État	Q_H	Q_B	i(t)
1	0	1	$-I_{cp}$
2	0	0	0
3	1	0	$+I_{cp}$



3.1. On applique sur le détecteur de phase deux signaux de même fréquence mais déphasé de $\varphi_E - \varphi_R$. En partant de l'état 2, tracer les chronogrammes de $u_E(t)$, $u_R(t)$ et i(t).

3)

$\varphi_E - \varphi_R = \frac{2\pi}{T}(t_2 - t_1)$

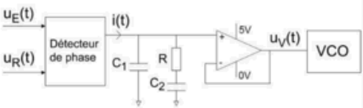
$\langle i \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} I_{cp}\,dt$

$= \frac{I_{cp}}{T}(t_2 - t_1)$

$\boxed{\langle i \rangle = \frac{I_{cp}}{2\pi}(\varphi_E - \varphi_R)}$

Le VCO est le même que dans le paragraphe précédent.

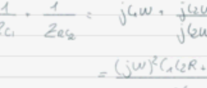
Le filtre est le suivant :



L'amplificateur opérationnel alimenté en 0 et 5V est de type "rail-to-rail".

3.2. Calculer la fonction de transfert $\frac{U_V(p)}{I(p)}$.

3.2)



$Z_R + Z_{C_2} = R + \frac{1}{jC_2\omega} = \frac{jC_2\omega R + 1}{jC_2\omega}$

$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{RC_2}} = jC_1\omega + \frac{jC_2\omega}{jC_2\omega R + 1}$

$= \frac{(j\omega)^2 C_1 C_2 R + jC_1\omega + jC_2\omega}{jC_2\omega R + 1}$

$Z_{eq} = \frac{jC_2\omega R + 1}{(j\omega)^2 C_1 C_2 R + j\omega(C_1 + C_2)}$

$\frac{U_V}{I(p)} = \frac{jC_2\omega R + 1}{j\omega(C_1 + C_2) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R} = \frac{1}{p(C_1 + C_2)} \times \frac{1 + pRC_2}{1 + pR\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}}$

intégrateur

3.3. Quelle est la condition sur i(t) permettant d'obtenir une tension $u_V(t)$ constante ? En déduire l'état du détecteur de phase lorsque la boucle est verrouillée et en régime permanent.

3.3.

pour Uv constant il faut que i(t) soit nul
cela est du à l'integrateur.
Au verrouillage $f_e = f_r \rightarrow U_v$ constant $\rightarrow i = 0 \rightarrow$ le detecteur est dans l'état 2.

3.4. Déterminer la plage de verrouillage et la plage de capture de cette boucle à verrouillage de phase.

3.4

dans les sequenceurs. plage de capture = plage de verrouillage
L'AOP est alimenté en [0, 5]V rail to rail → la tension Uv varie entre 0 et 5V

$f_r = f_0 + K_0 u_V$ avec $f_0 = 1\,KHz$ et $K_0' = 3\,KHz/V$

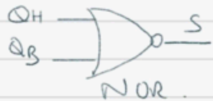
$\Rightarrow \boxed{1\,KHz < f_r < 16\,KHz}$

3.5. À partir des deux signaux Q_H et Q_B, proposer un schéma permettant de générer un signal logique égal à 1 lorsque la boucle est verrouillée, 0 sinon.

3.5)

état 2 = état verrouiller.

NOR =



3.6. Conclure sur l'utilisation de ce détecteur de phase dans cette application.

3.6)

→ si le vent est nul Ue constant (donc pas de f)
→ à la sortie du VCO U_R est un signal carré.
→ le detecteur est en état 1 et $i = -I_{cp}$.
→ la tension Uv va diminuer jusqu'à sa valeur min 0V ($f_r = 1\,kHz$).

Etat	QH	QB	i(t)
1	0	1	$-I_{cp}$
2	0	0	0
3	1	0	$+I_{cp}$.

vitesse de vent 7,8 Km/h, ce qui est + crédible.