

## Connaissances théoriques élémentaires pour

- Décrire et représenter les signaux
- Comprendre le principe et les limites des méthodes de traitement
- mettre en œuvre des méthodes de traitement simples

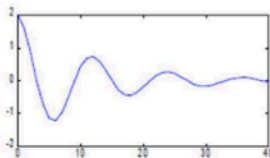
## Objectifs de ce premier cours :

- Classification des signaux selon différentes catégories  
(leur dimension, leur évolution, leur énergie, leur morphologie)
- Énergie et puissance
- Notion de corrélation

## □ Classification dimensionnelle

### ◆ Signal monodimensionnel 1D

Fonction d'un seul paramètre,  
pas forcément le temps : une  
concentration, une abscisse, etc.



### ◆ Signal bidimensionnel 2D

Exemple : image NG  $\rightarrow f(x, y)$

### ◆ Signal tridimensionnel 3D

Exemple : film NB  $\rightarrow f(x, y, t)$

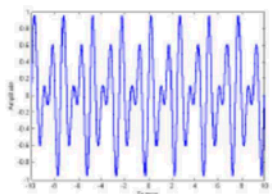
## Evolution déterministe ou aléatoire des signaux

### ◆ Signaux déterministes

Signaux dont l'évolution en fonction du temps  $t$  peut être parfaitement décrite grâce à une description mathématique ou graphique.

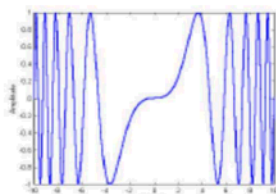
#### ➤ Sous catégories :

##### ■ périodiques



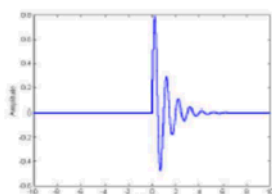
$$\exists T/x(t) = x(t + kT)$$

##### ■ apériodiques



support non borne

##### ■ transitoire



support borne

### Signal réel

C'est un signal représentant une grandeur physique. Son modèle mathématique est une fonction réelle. Ex. : tension aux bornes d'un C

## ◆ Signaux aléatoires (stochastiques)

Signaux dont l'évolution temporelle est imprévisible et dont on ne peut pas prédire la valeur à un temps  $t$ .

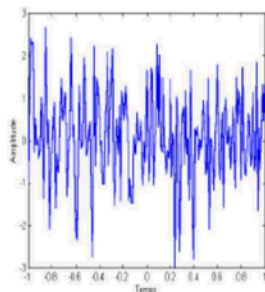
La description est basée sur les propriétés statistiques des signaux (moyenne, variance, loi de probabilité, ...)

**Exemple** résultat d'un jet de dé lancé toutes les secondes (moyenne=3.5, écart type :1.87)

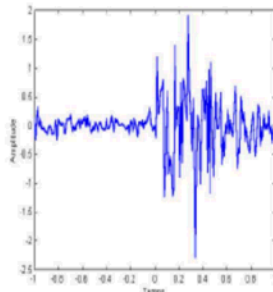
## Signaux aléatoires stationnaires

Stationnaire si les caractéristiques statistiques ne varient pas au cours du temps.

■ stationnaires



■ Non-stationnaires



# Classification énergétique

## □ Energie et Puissance des signaux

Soit un signal  $x(t)$  défini sur  $]-\infty, +\infty[$ , et  $T_0$  un intervalle de temps

### ◆ Energie de $x(t)$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad \text{ou} \quad E = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$$

### ◆ Puissance moyenne de $x(t)$

$$P = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$$

➤ Homogène à E/t

Cas des signaux périodiques de période  $T$   $P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$

## □ Remarques :

- ◆ Signaux à énergie finie  $\Rightarrow$  puissance moyenne nulle

Généralement, cas des signaux représentant une grandeur physique.  
Signaux transitoires à support borné

- ◆ Signaux à énergie infinie  $\Rightarrow$  puissance moyenne non nulle

Cas des signaux périodiques

Notion valable pour les signaux aléatoires et déterministes

## B) Energie et puissance d'un signal

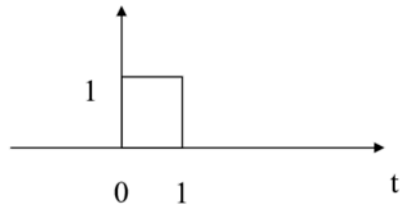
**Définition:** par analogie avec les signaux électriques

	<i>Temps Continu</i>	<i>Temps Discret</i>
<i>Energie</i>	$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty}  x(t) ^2 dt$	$E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}  x(n) ^2$
<i>Puissance moyenne</i>	$P_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T  x(t) ^2 dt$	$P_x = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N  x(n) ^2$

### 3 Classes de signaux:

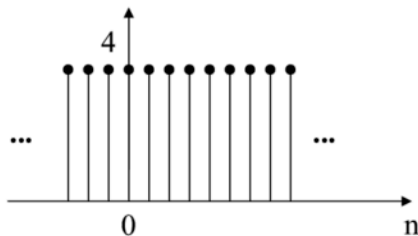
- Signaux à **Energie finie**
- Signaux à **Puissance moyenne finie**
- Signaux à Energie et Puissance moyenne infinies

- Signaux à **Energie finie**



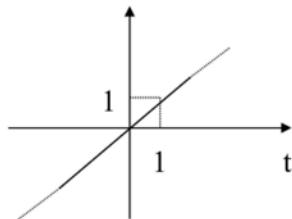
$$E_x < \infty \quad P_x = 0$$

- Signaux à **Puissance moyenne finie**



$$P_x < \infty \quad E_x = \infty$$

- Signaux à Energie et Puissance Moyenne infinies



$$P_x = \infty \quad E_x = \infty$$



# Energie / puissance

Soit un signal  $x(t)$ . La densité temporelle d'énergie

$$e_x(t) = |x(t)|^2.$$

Il est souvent intéressant de connaître l'énergie transférée durant un intervalle  $[t_0, t_1]$  de temps. Il suffit alors de la cumuler :

$$e_x[t_0, t_1] = \int_{t_0}^{t_1} e_x(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} |x(t)|^2 dt.$$

L'énergie totale d'un signal  $x(t)$  est

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt.$$

## Exemples

Considérons le signal exponentiel  $v(t) = e^{-t}u(t)$ . Déterminez la proportion de l'énergie totale transférée durant la première seconde, considérant que la transmission du signal commence à  $t = 0$  s.