Objectifs

Connaissances théoriques élémentaires pour

- Décrire et représenter les signaux
- Comprendre le principe et les limites des méthodes de traitement
- mettre en œuvre des méthodes de traitement simples

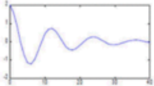
Objectifs de ce premier cours :

- Classification des signaux selon différentes catégories
  (leur dimension, leur évolution, leur énergie, leur morphologie)
- Énergie et puissance
- Notion de corrélation

Classification des signaux

- Classification dimensionnelle
  - Signal monodimensionnel 1D

    Fonction d'un seul paramètre, pas forcément le temps : une concentration, une abscisse, etc.



  - Signal bidimensionnel 2D

    Exemple : image NG → $f(x, y)$

  - Signal tridimensionnel 3D

    Exemple : film NB → $f(x, y, t)$

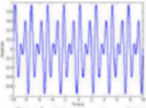
Classification phénoménologique

Evolution déterministe ou aléatoire des signaux

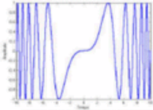
Signaux déterministes

Signaux dont l'évolution en fonction du temps t peut être parfaitement décrite grâce à une description mathématique ou graphique.

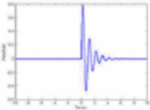
- Sous catégories :
  - périodiques
  - apériodiques
  - transitoire



$\exists\, T / x(t) = x(t + kT)$



support non borne



support borne

Signal réel

C'est un signal représentant une grandeur physique. Son modèle mathématique est une fonction réelle. Ex. : tension aux bornes d'un C

Classification phénoménologique

- Signaux aléatoires (stochastiques)

Signaux dont l'évolution temporelle est imprévisible et dont on ne peut pas prédire la valeur à un temps t.

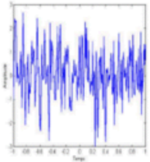
La description est basée sur les propriétés statistiques des signaux (moyenne, variance, loi de probabilité, ...)

Exemple résultat d'un jet de dé lancé toutes les secondes (moyenne=3.5, écart type :1.87)

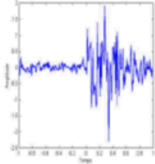
Signaux aléatoires stationnaires

Stationnaire si les caractéristiques statistiques ne varient pas au cours du temps.

- stationnaires



- Non-stationnaires



Classification énergétique

Energie et Puissance des signaux

Soit un signal $x(t)$ défini sur $]-\infty, +\infty[$, et T_0 un intervalle de temps

- Energie de $x(t)$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad \text{ou} \quad E = \lim_{T_0 \to \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$$

- Puissance moyenne de $x(t)$

$$P = \lim_{To \to \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$$

- Homogène à E/t

Cas des signaux périodiques de période T $\quad P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$

Classification énergétique

❑ Remarques :

- Signaux à énergie finie ⇨ puissance moyenne nulle

  Généralement, cas des signaux représentant une grandeur physique.
  Signaux transitoires à support borné

- Signaux à énergie infinie ⇨ puissance moyenne non nulle

  Cas des signaux périodiques

Notion valable pour les signaux aléatoires <u>et</u> déterministes

B) Energie et puissance d 'un signal

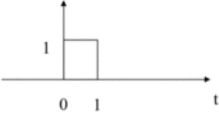
Définition: par analogie avec les signaux électriques

	Temps Continu	*Temps Discret*
Energie	$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \lvert x(t) \rvert^2 \, dt$	$E_x = \sum_{-\infty}^{+\infty} \lvert x(n) \rvert^2$
Puissance moyenne	$P_x = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \lvert x(t) \rvert^2 \, dt$	$P_x = \lim_{N \to +\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \lvert x(n) \rvert^2$

3 Classes de signaux:

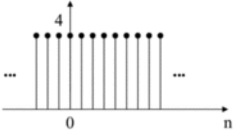
- Signaux à **Energie finie**
- Signaux à **Puissance moyenne finie**
- Signaux à Energie et Puissance moyenne infinies

- Signaux à **Energie finie**



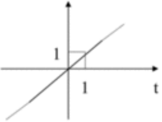
$$\boxed{E_x < \infty \qquad P_x = 0}$$

- Signaux à **Puissance moyenne finie**



$$\boxed{P_x < \infty \qquad E_x = \infty}$$

- Signaux à Energie et Puissance Moyenne infinies



$$\boxed{P_x = \infty \qquad E_x = \infty}$$

Energie / puissance

Soit un signal $x(t)$*. La* densité temporelle d'énergie

$$e_x(t) = |x(t)|^2.$$

Il est souvent intéressant de connaître l'énergie transférée durant un intervalle $[t_0, t_1]$ de temps. Il suffit alors de la cumuler :

$$e_x[t_0, t_1] = \int_{t_0}^{t_1} e_x(t)dt = \int_{t_0}^{t_1} |x(t)|^2 dt.$$

*L'*énergie totale *d'un signal* $x(t)$ *est*

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt.$$

Exemples

Considérons le signal exponentiel $v(t) = e^{-t}u(t)$. *Déterminez la proportion de l'énergie totale transférée durant la première seconde, considérant que la transmission du signal commence à* $t = 0$ *s.*