Q1. Il y a une mesure de température et un bouclage. L'enceinte est donc asservie en température. $q_p(t)$ représente la perturbation.

Q2. Le phénomène non linéaire est une saturation. La valeur de Kc correspond à la pente de la zone linéaire. $K_c = \frac{24-0}{2{,}4-0} = 10$, sans unité car ce sont des Volts, divisés par des Volts.

Q3.

Un amplificateur qui permet de délivrer une tension de chauffe $u_f(t) = K_c u_c(t)$ où $u_c(t)$ est la tension de commande.

- collier chauffant $RCpQ_a(p) + Q_a(p) = K_1 U_f(p)$:

$$\frac{Q_a(p)}{U_f(p)} = \frac{K_1}{1+RCp}$$

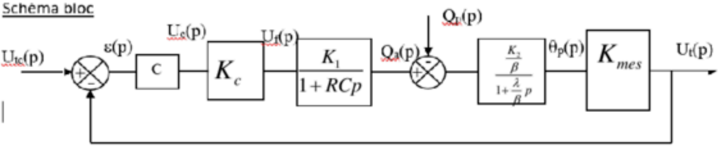
- chambre de Riccordi: $\lambda p\theta_p(p) + \beta\theta_p(p) = K_2\left[Q_a(p) - Q_p(p)\right]$

$$\frac{\theta_p(p)}{Q_a(p)-Q_p(p)} = \frac{\frac{K_2}{\beta}}{1+\frac{\lambda}{\beta}p}$$

- capteur: $U_t(p) = K_{mes}\theta_p(p)$, $\frac{\theta_p(p)}{U_t(p)} = K_{mes}$

Q4.

Schéma bloc



Q5.

Les pôles sont $p_1 = -1/5$ et $p_2 = -1/100$

Les deux sont des réels négatifs, le système est donc stable.

Q6.

Stabilité : stable car la réponse converge, CDC respecté
Précision : écart statique $\varepsilon_s = 6{,}3 - 5{,}5 = 0{,}8V$ ou $\varepsilon_s = 0{,}8 / 6{,}3 = 12{,}7\ \% > 1\%$, CDC non respecté
Rapidité : $t_{5\%} = 300 - 100 = 200s > 180s$, CDC non respecté

Dépassement : pas de dépassement, CDC respecté

Q7.

$$\frac{U_t(p)}{U_c(p)}=\frac{0,5K_c}{(1+5p)(1+100p)+0,5\times K_c}$$

$$U_t(p)=\frac{0,5K_c}{(1+5p)(1+100p)+0,5\times K_c}U_c(p)$$

$$U_t(p)=\frac{0,5K_c}{(1+5p)(1+100p)+0,5\times K_c}\frac{U_0}{p}$$

$$\lim_{t\to\infty}\mathrm{u}_t(t)=\lim_{p\to 0}pU_t(p)=\lim_{p\to 0}\left[p\frac{0,5K_c}{(1+5p)(1+100p)+0,5\times K_c}\frac{U_0}{p}\right]=\frac{0,5K_c}{1+0,5\times K_c}U_0$$

Q8.

$$\varepsilon_s=\frac{\mathrm{u}_c(t)-\mathrm{u}_t(t)}{\Delta\mathrm{u}_c}=\frac{U_0-\dfrac{0,5K_c}{1+0,5\times K_c}U_0}{U_0}=1-\frac{0,5K_c}{1+0,5\times K_c}=\frac{1}{1+0,5\times K_c}$$

$$\varepsilon_s<1\%$$

$$\varepsilon_s<0,01$$

$$K_c>0$$

$$\frac{1}{1+0,5\times K_c}<0,01$$

$$100<1+0,5K_c$$

$$K_c>198$$

Q9.

$$\lim_{t\to\infty}\mathrm{u}_t(t)=\lim_{p\to 0}pU_t(p)=\lim_{p\to 0}\left[p\frac{0,5K_i\left(1+\dfrac{1}{T_ip}\right)}{(1+5p)(1+100p)+0,5\times K_i\left(1+\dfrac{1}{T_ip}\right)}\frac{U_0}{p}\right]=U_0$$

Du coup $\varepsilon_s=\dfrac{\mathrm{u}_c(t)-\mathrm{u}_t(t)}{\Delta\mathrm{u}_c}=\dfrac{U_0-U_0}{U_0}=0$

La précision est respectée.

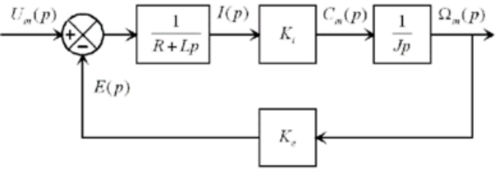
Q10.

Le correcteur qui permet de répondre au cahier des charges sur la précision est le correcteur Proportionnel intégral

Q11. **Compléter** le schéma bloc ci-dessous du fonctionnement du moteur à courant continu.

$$\begin{cases} u_M(t) = R.i(t) + L\dfrac{di(t)}{dt} + e(t) \\ e(t) = K_e.\omega_m(t) \\ c_M(t) = K_t.i(t) \\ J\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} = c_M(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_m(p) = (R+Lp).I(p) + E(p) \\ E(p) = K_e.\Omega_m(p) \\ C_m(p) = K_t.I_m(p) \\ Jp\Omega_m(p) = C_m(p) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I(p) = \left(\dfrac{1}{R+Lp}\right)[U_m(p) - E(p)] \\ E(p) = K_e.\Omega_m(p) \\ C_m(p) = K_t.I_m(p) \\ \Omega_m(p) = \dfrac{1}{Jp}C_m(p) \end{cases}$$

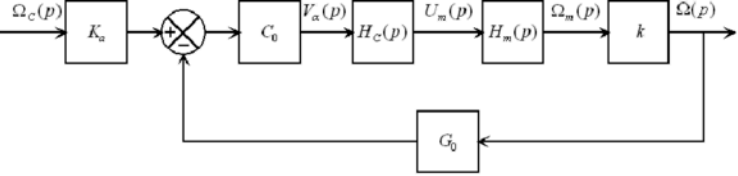
On peut compléter le schéma-bloc :



Q12. **Calculer** la fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\omega_m(p)}{U_m(p)}$.

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\dfrac{K_t}{Jp(R+Lp)}}{1 + \dfrac{K_eK_t}{Jp(R+Lp)}} = \frac{K_t}{K_eK_t + RJp + LJp^2} \Leftrightarrow \boxed{H_m(p) = \frac{1/K_e}{1 + \dfrac{RJ}{K_eK_t}p + \dfrac{LJ}{K_eK_t}p^2}}$$

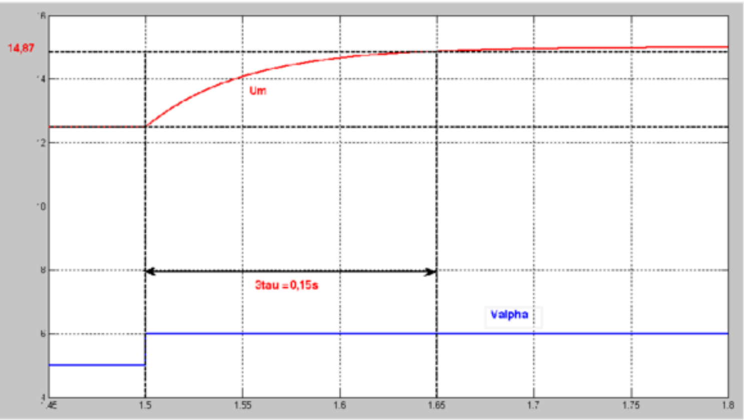
Q13. **Compléter** le schéma bloc de l'asservissement en vitesse de l'un des moteurs ci-dessous.



Q14. **Comment choisir** le gain K_a pour que la vitesse ω(t) soit correctement asservie ?

Pour que la vitesse $\omega(t)$ soit correctement asservie, il faut choisir $K_a = G_0$ de manière à obtenir $\omega = \omega_C$ quand l'erreur est nulle (en sortie du comparateur).

Q15. **Déduire** de la réponse indicielle les valeurs des coefficients τ et A_0.



On obtient une variation de $2,5\,V$ pour la tension U_m.

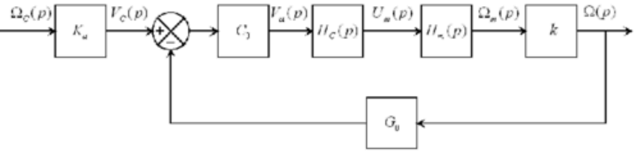
Le gain statique vaut donc $A_0 = \dfrac{2,5}{1} = 2,5$.

Pour le temps de réponse, on se place à $12,5 + 0,95 \times 2,5 = 14,875\,V$, on trouve un temps de $1,65\,s$.

On a donc $t_{R5\%} = 1,65 - 1,5 = 0,15\,s = 3\tau \iff \boxed{\tau = 0,05\,s}$.

Q16. **Exprimer** la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \dfrac{\omega(p)}{\omega_c(p)}$ en fonction de A_0, B_0, C_0, G_0, k, τ_{em}, τ et K_a; et la **mettre** sous la forme canonique $FTBF(p) = \dfrac{\alpha}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0} p + \left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2}$

On applique la formule de Black-Nichols.



$$FTBF(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_C(p)} = \frac{\Omega_m(p)}{V_C(p)} \times \frac{V_C(p)}{\Omega_C(p)} = \frac{C_0 H_C(p) H_m(p) k}{1 + C_0 H_C(p) H_m(p) k G_0} K_a = \frac{C_0 k K_a H_C(p) H_m(p)}{1 + C_0 G_0 k H_C(p) H_m(p)}.$$

$$FTBF(p) = \frac{C_0 k K_a \dfrac{A_0}{(1+\tau p)} \dfrac{B_0}{(1+\tau_{em} p)}}{1 + C_0 G_0 k \dfrac{A_0}{(1+\tau p)} \dfrac{B_0}{(1+\tau_{em} p)}} = \frac{A_0 B_0 C_0 k K_a}{A_0 B_0 C_0 G_0 k + (1+\tau p)(1+\tau_{em} p)} = \frac{A_0 B_0 C_0 k K_a}{\left[A_0 B_0 C_0 G_0 k + 1 + (\tau + \tau_{em}) p + \tau \tau_{em} p^2\right]}$$

$$FTBF(p) = \frac{\left(\dfrac{A_0 B_0 C_0 k K_a}{1 + A_0 B_0 C_0 G_0 k}\right)}{\left[1 + \left(\dfrac{\tau + \tau_{em}}{1 + A_0 B_0 C_0 G_0 k}\right) p + \dfrac{\tau \tau_{em}}{(1 + A_0 B_0 C_0 G_0 k)} p^2\right]} = \frac{\alpha}{\left[1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0} p + \left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2\right]}$$

Par identification $\alpha = \left(\dfrac{A_0 B_0 C_0 k K_a}{1 + A_0 B_0 C_0 G_0 k}\right)$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1 + A_0 B_0 C_0 G_0 k}{\tau \tau_{em}}}$

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = \left(\frac{\tau + \tau_{em}}{1 + A_0 B_0 C_0 G_0 k}\right) \Leftrightarrow \xi = \frac{1}{2} \frac{(\tau + \tau_{em})}{\sqrt{(1 + A_0 B_0 C_0 G_0 k) \tau \tau_{em}}}$$

Q17. On souhaite que la laveuse réponde à une consigne de vitesse le plus rapidement possible et sans dépassement. **Déterminer** la valeur du coefficient d'amortissement ξ à choisir pour respecter cette contrainte. **En déduire** la valeur de C_0.

$$1=\frac{1}{2}\frac{(\tau+\tau_{em})}{\sqrt{(1+A_0B_0C_0G_0k)\tau\tau_{em}}} \Leftrightarrow \frac{4(1+A_0B_0C_0G_0k)\tau\tau_{em}}{(\tau+\tau_{em})^2}=1 \Leftrightarrow C_0=\frac{1}{A_0B_0G_0k}\left[\frac{(\tau+\tau_{em})^2}{4\tau\tau_{em}}-1\right]$$

$$\boxed{C_0=\frac{1}{A_0B_0G_0k}\left[\frac{(\tau-\tau_{em})^2}{4\tau\tau_{em}}\right]}$$

A.N. $$C_0=\frac{1}{2,5\times16,7\times0,0012\times\frac{1}{55}}\left[\frac{(0,05-2,3)^2}{4\times0,05\times2,3}\right]=12083$$

Q18. À l'aide de l'abaque de la figure ci-dessous, **conclure** quant au respect du cahier des charges en termes de temps de réponse.

D'après l'abaque, on trouve $t_{R5\%}.\omega_0=5$.

D'où $\boxed{t_{5R\%}=5\sqrt{\frac{\tau\tau_{em}}{1+A_0B_0C_0G_0k}}}$ A.N. $t_{5R\%}=5\sqrt{\frac{0,05\times2,3}{1+2,5\times16,7\times12083\times\frac{1}{55}}}=0,49\ s\leq0,5\ s$.

Le cahier des charges est bien respecté concernant le temps de réponse.

Remarque : avec la fonction de transfert $FTBO(p)$ donnée, on retrouve les valeurs numériques trouvées du coefficient de la fonction de transfert en boucle fermée.

Q19. **Justifier** que le système est stable.

Second ordre « classique », le système est donc stable.

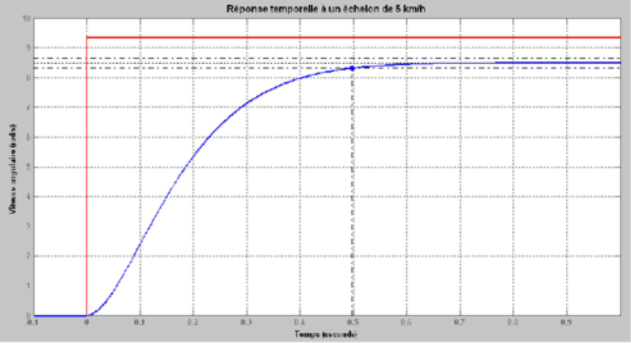
Q20. **Calculer** l'erreur statique commise sur la vitesse de rotation des roues suite à une consigne en échelon d'amplitude de 5 km/h.

: L'erreur $\varepsilon(p)$ est donnée par la formule $\varepsilon(p)=\frac{\Omega_C(p)}{1+FTBO(p)}$.

Pour déterminer l'erreur statique on applique un échelon de vitesse linéaire d'amplitude de $5\ km/h$, ce qui correspond à un échelon de vitesse angulaire d'amplitude $\frac{5000}{3600\times0,15}\ rad/s=9,26\ rad/s$ et on applique le théorème de la valeur finale avec $\Omega_C(p)=\frac{9,26}{p}$.

$$\varepsilon_S=\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to0}p\varepsilon(p)=\lim_{p\to0}\frac{p\Omega_C(p)}{1+FTBO(p)}=\frac{9,26}{1+FTBO(0)}=\frac{9,26}{1+11}=0,77\ rad/s.$$

Q21. **Esquisser** l'évolution temporelle de la vitesse de rotation des roues suite à cet échelon.



Q22. **Justifier** si une telle réponse temporelle correspond aux attentes du cahier des charges en termes de rapidité, précision et stabilité.

Comparaison de la réponse temporelle vis-à-vis du cahier des charges.

On trouve une réponse apériodique critique avec un temps de réponse inférieur à $0{,}5\ s$, une erreur statique de $8{,}33\%\,(11/12)$. Cette réponse temporelle répond au cahier des charges.