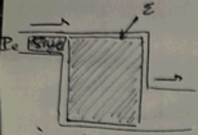
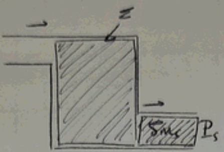
DEMO – 1er PRINCIPE INDUSTRIEL



à t



à t+dt

$$\boxed{\Delta\left[h+\frac{1}{2}v^2+gz\right]_e^s = w'+q}$$

$\delta W_p = -P_{ext}\,dV$

$H = U + PV$

On a entre t et t+dt :

$$\boxed{d\mathcal{E}_{tot} = \delta W_p + \delta W' + \delta Q}$$

$\Rightarrow$ $$\boxed{d\mathcal{E}_{tot} = \mathcal{E}_{tot}(t+dt) - \mathcal{E}_{tot}(t)}$$

Soit $\mathcal{E}_{tot}(t) = \mathcal{E}_{tot,\Sigma}(t) + \delta m_e u_e + \frac{1}{2}\delta m_e v^2 + \delta m_e g z$

$\mathcal{E}_{tot}(t+dt) = \mathcal{E}_{tot,\Sigma}(t+dt) + \delta m_s u_s + \frac{1}{2}\delta m_s v^2 + \delta m_s g z$

D'où : $d\mathcal{E}_{tot} = \underbrace{\mathcal{E}_{tot,\Sigma}(t+dt) - \mathcal{E}_{tot,\Sigma}(t)}_{\mathcal{E}_{tot}(t+dt) = \mathcal{E}_{tot,\Sigma}(t) \to \text{ pas de variat°}} + \delta m\left[\left(u_s+\frac{1}{2}v^2+gz\right) - \left(u_e+\frac{1}{2}v^2+gz\right)\right]$

$$\boxed{d\mathcal{E}_{tot} = \delta m\left[\left(u_s+\frac{1}{2}v^2+gz\right) - \left(u_e+\frac{1}{2}v^2+gz\right)\right]}$$

À l'entrée du système : $dV_e < 0 \Rightarrow -P_e\,dV_e = -\frac{P_e}{\rho_e}\delta m_e$

À la sortie du système : $dV_s > 0 \Rightarrow P_s\,dV_s = \frac{P_s}{\rho_s}\delta m_s$

On a : $$\boxed{\delta W_p = -P_s\,dV_s - P_e\,dV_e = \delta m\left(\frac{P_e}{\rho_e} - \frac{P_s}{\rho_s}\right)}$$

Le 1e pr devient :

$$\delta m\left[\left(u_s+\frac{1}{2}v^2+gz\right) - \left(u_e+\frac{1}{2}v^2+gz\right)\right] = \delta m\left(\frac{P_e}{\rho_e} - \frac{P_s}{\rho_s}\right) + \delta W' + \delta Q.$$

$$\Rightarrow \delta m\left[\left(u_s+\frac{P_s}{\rho_s}+\frac{1}{2}v^2+gz\right) - \left(u_e+\frac{P_e}{\rho_e}+\frac{1}{2}v^2+gz\right)\right] = \delta W' + \delta Q.$$

On sait que $$\boxed{H = U + PV \Rightarrow h = u + \frac{P}{\rho}}$$

Alors

$$\delta m\left[\left(h_s+\frac{1}{2}v^2+gz\right) - \left(h_e+\frac{1}{2}v^2+gz\right)\right] = \delta Q + \delta W'$$

$$\Delta\left[\left(h+\frac{1}{2}v^2+gz\right)\right]_e^s = \frac{\delta Q}{\delta m} + \frac{\delta W'}{\delta m}$$

$\delta W' = w'\,\delta m$

$\delta Q = q\,\delta m$

$$\boxed{\Delta\left[h+\frac{1}{2}v^2+gz\right]_e^s = w'+q}$$