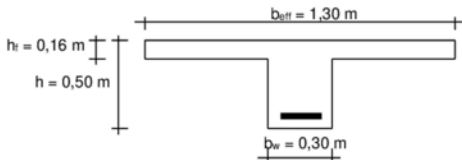


## 1. DEFINITIONS

### 1.1. Géométrie

On considère la poutre de section constante dont la géométrie est définie ci-dessous, de portée  $l_{eff} = 5,0$  m. La largeur ( $2.b_1 + b_w$ ) entre axes de dalle portée est de 6,00 mètres.



Hauteur utile  $d = 0,9.h = 0,45$  m (classe XC1) ;  $d = 0,43$  m (classe XS1)

### 1.2. Matériaux

Le béton est un C25/30, de résistance à la compression  $f_{ck} = 25$  MPa.

Les aciers ont une limite d'élasticité  $f_{yk} = 500$  MPa et sont de classe de ductilité B.

### 1.3. Conditions d'exploitation

La classe structurale du bâtiment est la classe S4.

La classe d'exposition de la poutre sera considérée successivement en classe XC1 (vérification des contraintes), puis en classe XS1 (maîtrise de la fissuration).

## 2. ACTIONS

Les actions suivantes sont à prendre en compte

### 2.1. Actions permanentes

Poids propre de la poutre

Poids propre de la dalle qui s'appuie sur la poutre

Charge permanente additionnelle sur la dalle :  $g_{ad} = 1$  kN/m<sup>2</sup>

### 2.2. Actions variables

Charge d'exploitation sur la dalle :  $q = 2,5$  kN/m<sup>2</sup> ( $\psi_2 = 0,3$ )

### 2.3. Combinaisons d'actions

Déterminer les valeurs des actions permanentes et variables qui s'exercent sur la poutre.

Déterminer les valeurs des combinaisons ELS caractéristiques et ELS quasi-permanente de ces actions.

## 3. SOLlicitations

### 3.1. Moment fléchissant

Le moment à l'état limite de service de la poutre isostatique associée est  $M_{0ser}$ .

S'agissant d'une poutre continue, le moment maximum sur appui  $M_{aser}$  est égal à  $0,55.M_{0ser}$  et le moment maximal en travée  $M_{tser}$  est égal à  $0,60.M_{0ser}$ .

Déterminer les valeurs des moments fléchissants sur appui et en travée, pour les combinaisons ELS caractéristique et ELS quasi-permanent.

## **4. JUSTIFICATIONS VIS-A-VIS DES SOLlicitATIONS NORMALES**

### **4.1. État limite ultime de résistance**

#### **4.1.1. Section sur appui**

La section calculée à l'état limite ultime de résistance est  $A_{a,u} = 6,2 \text{ cm}^2$ .

4.1.2. Section en travée : la section calculée à l'état limite ultime de résistance est  $A_{a,u} = 6,5 \text{ cm}^2$ .

### **4.2. État limite de service de limitation des contraintes**

On considère dans un premier temps que la poutre est en classe d'exposition XC1. Déterminer les valeurs des contraintes limites à respecter pour le béton et pour les armatures.

Déterminer les contraintes dans le béton et dans les armatures sous l'effet de la combinaison caractéristique à l'état limite de service, respectivement pour la section sur appui et pour la section en travée.

### **4.3. État limite de service de maîtrise de la fissuration**

On considère désormais que la classe d'exposition est XS1 au lieu de XC1. Déterminer les incidences sur les critères de dimensionnement (hauteur utile, contraintes limites, ouverture des fissures).

Déterminer la section d'acier de flexion, respectivement sur appui et en travée, nécessaire pour vérifier la condition relative à l'ouverture des fissures (limitation de la contrainte des armatures sous combinaison ELS quasi-permanente).

## **5. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES**

Déterminer et dessiner le ferrailage de la section sur appui et de la section en travée.

TABLEAU DES VALEURS DE  $\mu_s$   $\alpha$  ET  $\beta$  A L'ELS

Section rectangulaire sans acier comprimé - État Limite de Service

$\mu_s$	$\alpha = \frac{x}{d}$	$\beta = \frac{z}{d}$
0,010	0,135	0,955
0,011	0,141	0,953
0,012	0,147	0,951
0,013	0,152	0,949
0,014	0,158	0,947
0,015	0,163	0,946
0,016	0,168	0,944
0,017	0,173	0,942
0,018	0,177	0,941
0,019	0,182	0,939
0,020	0,186	0,938
0,021	0,191	0,936
0,022	0,195	0,935
0,023	0,199	0,934
0,024	0,203	0,932
0,025	0,206	0,931
0,026	0,210	0,930
0,027	0,214	0,929
0,028	0,217	0,928
0,029	0,221	0,926
0,030	0,224	0,925
0,031	0,228	0,924
0,032	0,231	0,923
0,033	0,234	0,922
0,034	0,237	0,921
0,035	0,240	0,920
0,036	0,243	0,919
0,037	0,246	0,918
0,038	0,249	0,917
0,039	0,252	0,916
0,040	0,255	0,915
0,041	0,258	0,914
0,042	0,261	0,913
0,043	0,264	0,912
0,044	0,266	0,911
0,045	0,269	0,910
0,046	0,271	0,910
0,047	0,274	0,909
0,048	0,277	0,908
0,049	0,279	0,907
0,050	0,282	0,906
0,051	0,284	0,905
0,052	0,286	0,905
0,053	0,289	0,904
0,054	0,291	0,903
0,055	0,294	0,902
0,056	0,296	0,901
0,057	0,298	0,901
0,058	0,300	0,900
0,059	0,303	0,899
0,060	0,305	0,898
0,061	0,307	0,898
0,062	0,309	0,897
0,063	0,311	0,896
0,064	0,313	0,896
0,065	0,315	0,895
0,066	0,317	0,894
0,067	0,319	0,894
0,068	0,321	0,893
0,069	0,323	0,892
0,070	0,325	0,892
0,071	0,327	0,891
0,072	0,329	0,890
0,073	0,331	0,890
0,074	0,333	0,889
0,075	0,335	0,888

$\mu_s$	$\alpha = \frac{x}{d}$	$\beta = \frac{z}{d}$
0,076	0,337	0,888
0,077	0,339	0,887
0,078	0,341	0,886
0,079	0,342	0,886
0,080	0,344	0,885
0,081	0,346	0,885
0,082	0,348	0,884
0,083	0,350	0,883
0,084	0,351	0,883
0,085	0,353	0,882
0,086	0,355	0,882
0,087	0,356	0,881
0,088	0,358	0,881
0,089	0,360	0,880
0,090	0,362	0,879
0,091	0,363	0,879
0,092	0,365	0,878
0,093	0,366	0,878
0,094	0,368	0,877
0,095	0,370	0,877
0,096	0,371	0,876
0,097	0,373	0,876
0,098	0,374	0,875
0,099	0,376	0,875
0,100	0,377	0,874
0,101	0,379	0,874
0,102	0,380	0,873
0,103	0,382	0,873
0,104	0,383	0,872
0,105	0,385	0,872
0,106	0,386	0,871
0,107	0,388	0,871
0,108	0,389	0,870
0,109	0,391	0,870
0,110	0,392	0,869
0,111	0,394	0,869
0,112	0,395	0,868
0,113	0,396	0,868
0,114	0,398	0,867
0,115	0,399	0,867
0,116	0,401	0,866
0,117	0,402	0,866
0,118	0,403	0,866
0,119	0,405	0,865
0,120	0,406	0,865
0,121	0,407	0,864
0,122	0,409	0,864
0,123	0,410	0,863
0,124	0,411	0,863
0,125	0,413	0,862
0,126	0,414	0,862
0,127	0,415	0,862
0,128	0,416	0,861
0,129	0,418	0,861
0,130	0,419	0,860
0,131	0,420	0,860
0,132	0,422	0,859
0,133	0,423	0,859
0,134	0,424	0,859
0,135	0,425	0,858
0,136	0,426	0,858
0,137	0,428	0,857
0,138	0,429	0,857
0,139	0,430	0,857
0,140	0,431	0,856
0,141	0,432	0,856

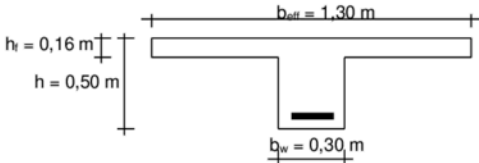
$\mu_s$	$\alpha = \frac{x}{d}$	$\beta = \frac{z}{d}$
0,142	0,434	0,855
0,143	0,435	0,855
0,144	0,436	0,855
0,145	0,437	0,854
0,146	0,438	0,854
0,147	0,439	0,854
0,148	0,441	0,853
0,149	0,442	0,853
0,150	0,443	0,852
0,151	0,444	0,852
0,152	0,445	0,852
0,153	0,446	0,851
0,154	0,447	0,851
0,155	0,448	0,851
0,156	0,449	0,850
0,157	0,451	0,850
0,158	0,452	0,849
0,159	0,453	0,849
0,160	0,454	0,849
0,161	0,455	0,848
0,162	0,456	0,848
0,163	0,457	0,848
0,164	0,458	0,847
0,165	0,459	0,847
0,166	0,460	0,847
0,167	0,461	0,846
0,168	0,462	0,846
0,169	0,463	0,846
0,170	0,464	0,845
0,171	0,465	0,845
0,172	0,466	0,845
0,173	0,467	0,844
0,174	0,468	0,844
0,175	0,469	0,844
0,176	0,470	0,843
0,177	0,471	0,843
0,178	0,472	0,843
0,179	0,473	0,842
0,180	0,474	0,842
0,181	0,475	0,842
0,182	0,476	0,841
0,183	0,477	0,841
0,184	0,478	0,841
0,185	0,479	0,840
0,186	0,480	0,840
0,187	0,481	0,840
0,188	0,482	0,839
0,189	0,483	0,839
0,190	0,484	0,839
0,200	0,493	0,836
0,210	0,501	0,833
0,220	0,510	0,830
0,230	0,518	0,827
0,240	0,525	0,825
0,250	0,533	0,822
0,260	0,540	0,820
0,270	0,547	0,818
0,280	0,554	0,815
0,290	0,560	0,813
0,300	0,566	0,811
0,310	0,572	0,809
0,320	0,578	0,807
0,330	0,584	0,805
0,340	0,589	0,804
0,350	0,595	0,802
0,360	0,600	0,800

## TD N° 4 : FLEXION SIMPLE ELS

### 1. DEFINITIONS

#### 1.1. Géométrie

On considère la poutre de section constante dont la géométrie est définie ci-dessous, de portée  $l_{eff} = 5,0$  m. La largeur ( $2.b_1 + b_w$ ) entre axes de dalle portée est de 6,00 mètres.



Hauteur utile  $d = 0,9.h = 0,45$  m (classe XC1) ;  $d = 0,43$  m (classe XS1)

#### 1.2. Matériaux

Le béton est un C25/30, de résistance à la compression  $f_{ck} = 25$  MPa.

Les aciers ont une limite d'élasticité  $f_{yk} = 500$  MPa et sont de classe de ductilité B.

#### 1.3. Conditions d'exploitation

La classe structurale du bâtiment est la classe S4.

La classe d'exposition de la poutre sera considérée successivement en classe XC1 (vérification des contraintes), puis en classe XS1 (maîtrise de la fissuration).

### 2. ACTIONS

#### 2.1. Actions permanentes

Poids propre :  $[6,00.0,16 + 0,30.(0,50 - 0,16)].25$        $pp = 26,6$  kN/ml

Charge additionnelle de  $1,0$  kN/m<sup>2</sup> :  $6,00.1,00$        $g_1 = 6$  kN/ml

$g = 32,6$  kN/ml

#### 2.2. Actions variables

Surcharge de  $2,50$  kN/m<sup>2</sup> :  $6,00.2,50$        $q = 15,00$  kN/ml

#### 2.3. Combinaisons d'actions

##### 2.3.1. État limite de service – combinaison caractéristique

La combinaison caractéristique à considérer conduit à une charge uniforme :

$G_{k,sup} + Q_{k,1}$  soit       $p_{ser} = 47,6$  kN/ml

##### 2.3.2. États limites de service – combinaison quasi-permanente

La combinaison quasi-permanente à considérer conduit à une charge uniforme :

$G_{k,sup} + \psi_2.Q_{k,1}$  soit ( $\psi_2 = 0,3$ )       $p_{ser,QP} = 37,1$  kN/ml

### 3. SOLLICITATIONS

Le moment à l'état limite de service de la poutre isostatique associée est  $M_{0,ser}$ .

S'agissant d'une poutre continue, le moment maximum sur appui  $M_{a,ser}$  est égal à  $0,55.M_{0,ser}$  et le moment maximal en travée  $M_{t,ser}$  est égal à  $0,60.M_{0,ser}$ .

Combinaison	$M_{0,ser}$	$M_{a,ser}$	$M_{t,ser}$
ELS caractéristique	$47,6 \cdot \frac{5^2}{8} = 149 \text{ kN.m}$	$0,55.149 = 82 \text{ kN.m}$	$0,60.149 = 89 \text{ kN.m}$
ELS quasi-permanent	$37,1 \cdot \frac{5^2}{8} = 116 \text{ kN.m}$	$0,55.116 = 64 \text{ kN.m}$	$0,60.116 = 70 \text{ kN.m}$

### 4. JUSTIFICATIONS VIS-A-VIS DES SOLLICITATIONS NORMALES

Les formules utilisées sont celles d'une section en T<sub>e</sub>, de largeur  $b_{eff} = 1,50 \text{ m}$ .

#### 4.1. État limite ultime de résistance

##### 4.1.1. Section sur appui

La section calculée à l'état limite ultime de résistance est  $A_{su} = 6,2 \text{ cm}^2$ .

##### 4.1.2. Section en travée

La section calculée à l'état limite ultime de résistance est  $A_{tu} = 6,5 \text{ cm}^2$ .

#### 4.2. État limite de service de limitation des contraintes

On calcule les contraintes sous la combinaison ELS caractéristique dans les sections dont les armatures ont été déterminées à l'état limite ultime de résistance.

Le coefficient d'équivalence sous combinaison ELS caractéristique est pris égal à 15.

Si l'on considère une classe d'exposition XC1, les contraintes limites à considérer sont :

pas de limitation de la contrainte de compression du béton

contrainte de traction dans les armatures limitée à  $0,8.f_{yk} = 400 \text{ MPa}$ .

##### 4.2.1. Section sur appui

Sur appui, le moment fléchissant comprime la fibre inférieure et tend la fibre supérieure. La largeur comprimée correspond donc à  $b_w$ .

On considère donc une section rectangulaire  $30 \times 50 \text{ cm ht}$ .

Densité d'armatures  $\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{6,2 \cdot 10^{-4}}{0,30 \cdot 0,45} = 4,59 \cdot 10^{-3}$

Hauteur utile  $\alpha = \frac{x}{d} = n \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{n \cdot \rho}} - 1 \right) = 15,4 \cdot 59 \cdot 10^{-3} \left( \sqrt{1 + \frac{2}{15,4 \cdot 59 \cdot 10^{-3}}} - 1 \right) = 0,309$

$$x = \alpha \cdot d = 0,139 \text{ m}$$

Méthode par équilibre des moments	Méthode de l'inertie de la section homogène
Bras de levier $z = d \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right) = 0,404 \text{ m}$	$K = \frac{M_{ser}}{\frac{b_w x^3}{3} + n A_s (x - d)^2} = \frac{82 \cdot 10^{-3}}{\frac{0,30 \cdot 0,139^3}{3} + 15,4 \cdot 59 \cdot 10^{-3} \cdot (0,139 - 0,45)^2} = 70,2 \text{ MN/m}^3$
Contrainte béton $\sigma_c = \frac{2 M_{ser}}{z \cdot (\alpha \cdot d) \cdot b_w} = \frac{2 \cdot 82 \cdot 10^{-3}}{0,404 \cdot (0,139) \cdot 0,3} = 9,7 \text{ MPa}$	Contrainte béton $\sigma_c = K \cdot x = 70,2 \cdot 0,139 = 9,7 \text{ MPa}$
Contrainte aciers $\sigma_s = \frac{M_{ser}}{z \cdot A_s} = \frac{82 \cdot 10^{-3}}{0,404 \cdot 6,2 \cdot 10^{-4}} = 327 \text{ MPa}$	Contrainte aciers $\sigma_s = n \cdot K \cdot (x - d) = 15,70 \cdot 2 \cdot (0,139 - 0,45) = -327 \text{ MPa} (< 0 \text{ car traction})$

La contrainte dans les aciers est bien inférieure à 400 MPa.

## 4.2.2. Section en travée

En travée, le moment fléchissant comprime la fibre supérieure et tend la fibre supérieure.

La définition de la section transversale à prendre en compte va dépendre de la position de l'axe neutre par rapport à la table de compression.

On fait l'hypothèse que l'axe neutre est situé dans la table de compression. Dans ce cas, la largeur comprimée correspond donc à  $b_{eff}$  et on considère une section rectangulaire 130 x 50 cm ht.

Densité d'armatures  $\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{6,5 \cdot 10^{-4}}{1,3 \cdot 0,45} = 1,11 \cdot 10^{-3}$

Hauteur utile  $\alpha = \frac{x}{d} = n \cdot \rho \left( \sqrt{1 + \frac{2}{n \cdot \rho}} - 1 \right) = 15,111 \cdot 10^{-3} \left( \sqrt{1 + \frac{2}{15,111 \cdot 10^{-3}}} - 1 \right) = 0,167$

$x = \alpha \cdot d = 0,075 \text{ m} < 0,16 \text{ m OK, AN dans la table}$

Méthode par équilibre des moments	Méthode de l'inertie de la section homogène
Bras de levier $z = d \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right) = 0,425 \text{ m}$	$K = \frac{M_{ser}}{\frac{b_{eff} x^3}{3} + n A_s (x-d)^2} = \frac{89,1 \cdot 10^{-3}}{\frac{1,3 \cdot 0,075^3}{3} + 15,6 \cdot 5,1 \cdot 10^{-4} (0,075 - 0,45)^2} = 57,3 \text{ MN/m}^3$
Contrainte béton $\sigma_c = \frac{2 M_{ser}}{z (\alpha d) b_{eff}} = \frac{2 \cdot 89,1 \cdot 10^{-3}}{0,425 (0,075) 1,3} = 4,3 \text{ MPa}$	Contrainte béton $\sigma_c = K \cdot x = 57,3 \cdot 0,075 = 4,3 \text{ MPa}$
Contrainte aciers $\sigma_s = \frac{M_{ser}}{z A_s} = \frac{89,1 \cdot 10^{-3}}{0,425 \cdot 6,5 \cdot 10^{-4}} = 322 \text{ MPa}$	Contrainte aciers $\sigma_s = n \cdot K \cdot (x - d) = 15,57,3 \cdot (0,075 - 0,45) = -322 \text{ MPa} (< 0 \text{ car traction})$

La contrainte dans les aciers est bien inférieure à 400 MPa.

## 4.3. État limite de service de maîtrise de la fissuration

On considère désormais que la classe d'exposition est XS1 au lieu de XC1. Les incidences sur le dimensionnement ELS sont les suivantes :

- Augmentation de l'enrobage ;

Cela est pris en compte par la diminution de la hauteur utile  $d = 0,43 \text{ m}$  (au lieu de  $d = 0,45 \text{ m}$ ) ;

- Contrainte de compression limitée à  $0,6 \cdot f_{ck} = 15 \text{ MPa}$  sous combinaison ELS caractéristique ;

Cette condition est vérifiée selon les calculs des § 4.2.1 & 4.2.2.

- Ouverture des fissures limitée à  $w_{max} = 0,2 \text{ mm}$ .

Nous allons appliquer la méthode alternative du guide d'application de l'Eurocode 2 : dans le cas d'une section de hauteur 50 cm, une limitation de l'ouverture des fissures à 0,2 mm correspond à une contrainte limite dans les armatures de  $\bar{\sigma}_s = 180 \text{ MPa}$  sous combinaison ELS quasi-permanente.

Le dimensionnement des armatures tenant compte de ces contraintes ELS est présenté ci-après.

Le coefficient d'équivalence sous combinaison ELS,  $\alpha_{EP}$  est pris égal à 18.

## 4.3.1. Section sur appui

On considère donc une section rectangulaire 30 x 50 cm ht.

Moment réduit  $\mu_{ser} = \frac{M_{ser,QP}}{b_w d^2 \frac{[\bar{\sigma}_s]}{n}} = \frac{64 \cdot 10^{-3}}{0,3 \cdot 0,43^2 \frac{180}{18}} = 0,115$

Bras de levier  $\alpha = 0,399$  &  $\beta = 0,867$  (cf. tableau ELS dans l'annexe) ;  $z = \beta \cdot d$

Contrainte béton  $\sigma_c = \frac{\alpha \cdot \bar{\sigma}_s}{n \cdot (1 - \alpha)} = \frac{0,399 \cdot (180)}{18 \cdot (1 - 0,399)} = 6,6 \text{ MPa} \leq 0,6 \cdot f_{ck} = 0,6 \cdot 25 = 15 \text{ MPa}$

Section d'armature  $A_s = \frac{M_{ser,QP}}{z \cdot \bar{\sigma}_s} = \frac{64 \cdot 10^{-3}}{0,867 \cdot 0,43 \cdot 180} = 0,00095 = 9,5 \text{ cm}^2$

La valeur obtenue est supérieure à celle requise vis à vis de l'ELU de résistance ( $6,2 \text{ cm}^2$ )

### 4.3.2. Section en travée

On fait l'hypothèse que l'axe neutre est situé dans la table. Il est donc possible d'appliquer la méthode précédente, en considérant une section rectangulaire 130 x 50 ht.

Moment réduit 
$$\mu_{ser} = \frac{M_{ser,QP}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot \frac{[\sigma_s]}{n}} = \frac{70.10^{-3}}{1,30,43^2 \cdot \frac{180}{18}} = 0,029$$

Bras de levier 
$$\alpha = 0,221 \text{ \& } \beta = 0,926 \text{ (cf. tableau ELS dans l'annexe) ; } z = \beta \cdot d$$

Hauteur comprimée 
$$x = \alpha \cdot d = 0,095 \text{ m} < 0,16 \text{ m OK, AN dans la table}$$

Contrainte béton 
$$\sigma_c = \frac{\alpha \cdot \overline{\sigma_s}}{n \cdot (1 - \alpha)} = \frac{0,221 \cdot (180)}{18 \cdot (1 - 0,221)} = 2,8 \text{ MPa} \leq 0,6 \cdot f_{ck} = 0,6 \cdot 25 = 15 \text{ MPa}$$

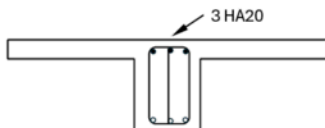
Section d'armature 
$$A_s = \frac{M_{ser,QP}}{z \cdot \overline{\sigma_s}} = \frac{70.10^{-3}}{0,926 \cdot 0,43 \cdot 180} = 0,00098 = 9,8 \text{ cm}^2$$

La valeur obtenue est supérieure à celle requise vis à vis de l'ELU de résistance (6,5 cm<sup>2</sup>)

### 5. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

Comme  $b_w = 30 \text{ cm}$ , on a  $30 / 10 = 3$ , soit 3 armatures par lit

- Section sur appui : on retient 3HA20 = 9,43 cm<sup>2</sup>  $\approx$  9,5 cm<sup>2</sup>



- Section en travée : on retient 1 lit de 3 HA16 + 1 lit de 3HA14 = 10,65 cm<sup>2</sup> > 9,8 cm<sup>2</sup>

