

## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

- Características: rotor rígido, mancais rígidos e medição das forças radiais dinâmicas que o **rotor aplica nos mancais**.
- Esse tipo de máquina de balanceamento opera em rotações **muito abaixo da primeira velocidade crítica** do conjunto rotor-mancais da máquina, i.e.  $\omega_{\text{bal}} \ll \Omega_{\text{crit}}$  ( $r \ll 1$ ). Um rotor pode ser admitido aproximadamente rígido para  $r < 0.5$ .
- Portanto, **o eixo geométrico do rotor permanece fixo no espaço e o eixo central principal longitudinal de inércia gira em torno do eixo geométrico**. Revisar velocidade crítica de rotores.
- As forças radiais dinâmicas **medidas** nos mancais são oriundas dos **esforços de inércia** gerados pelo desbalanceamento (estático e dinâmico) do rotor.

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{F}_{\text{in}}, \quad \vec{M}_C^{F_A} + \vec{M}_C^{F_B} = \vec{M}_C^{\text{gir}}, \quad \vec{F}_A = -\vec{R}_A \text{ e } \vec{F}_B = -\vec{R}_B \quad (21)$$

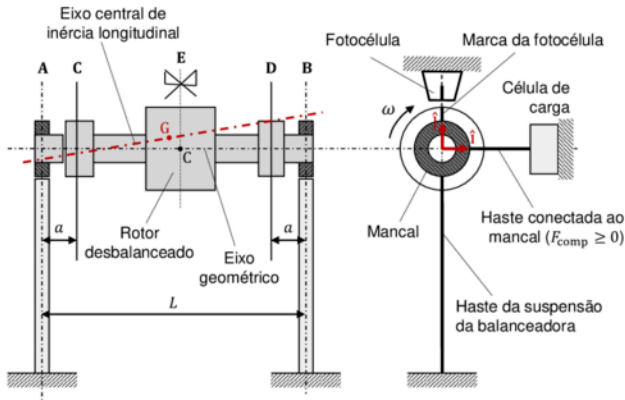


Máquina de balanceamento de mancais rígidos horizontal.  
Fonte: [Hofmann](http://Hofmann.com).

- O balanceamento é realizado por meio da adição ou remoção de massas nos planos de balanceamento de forma a reduzirem as forças medidas nos mancais.
- Utilizadas para o balanceamento de rotores de várias aplicações com diferentes tamanhos e pesos.

## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Nomenclatura e Definição do Sistema de Referência Solidário ao Rotor



A, B: mancais rígidos  
C, D: planos de balanceamento

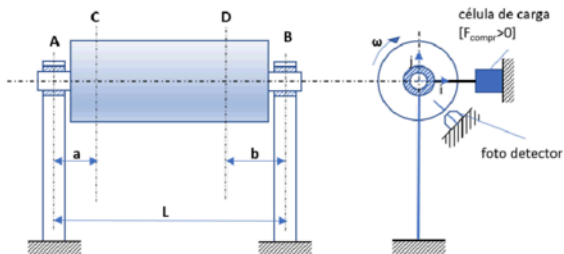
C: centro geométrico do rotor  
G: centro de massa do rotor desbalanceado

- Fotocélula importante para localizar o sistema de referência do rotor (móvel) em relação aos mancais (fixo).
- No instante em que a fotocélula é acionada, o versor  $\hat{i}$  solidário ao rotor aponta para a célula de carga.
- O versor  $\hat{j}$  é orientado a  $90^\circ$  de  $\hat{i}$  no **sentido contrário** à rotação do rotor.
- O sistema de referência solidário ao rotor é importante para a determinação dos esforços dinâmicos nos mancais e para a localização das massas de balanceamento nos planos de balanceamento.

## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nas Forças nos Mancais

- Inicialmente, suponha um rotor rígido **perfeitamente balanceado**. O registro no tempo das forças medidas nas células de carga dos mancais **A** e **B**, conjuntamente com o sinal do fotodetector, ficam:

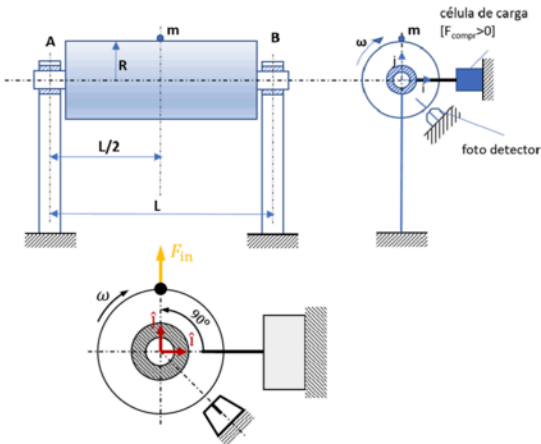


$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \theta_r = \omega t \quad (22)$$

## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nas Forças nos Mancais

- Adicionando-se uma massa  $m$  no **plano central** do rotor, a um raio  $R$  e na posição angular indicada, tem-se:



- Força de inércia (centrífuga):

$$\vec{F}_{in} = F_{in} \angle 90^\circ = mR\omega^2 \angle 90^\circ = mR\omega^2 \hat{j}$$

- Reações nos mancais (equilíbrio de forças no referencial do rotor – **plano yz**):

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{0}, & \vec{M}_C &= \vec{0} \\ \vec{R}_A &= -\frac{\vec{F}_{in}}{2}, & \vec{R}_B &= -\frac{\vec{F}_{in}}{2} \end{aligned}$$



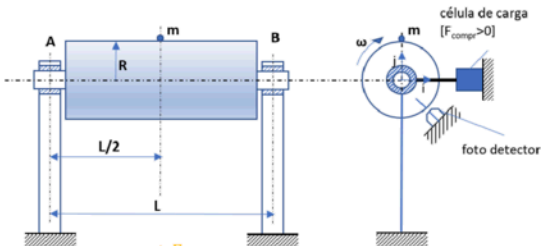
Forças rotativas nos mancais

$$\begin{aligned} \vec{F}_A &= -\vec{R}_A = \frac{\vec{F}_{in}}{2} = \frac{F_{in}}{2} \angle 90^\circ, & F_{in} &= mR\omega^2 \\ \vec{F}_B &= -\vec{R}_B = \frac{\vec{F}_{in}}{2} = \frac{F_{in}}{2} \angle 90^\circ \end{aligned}$$

## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nas Forças nos Mancais

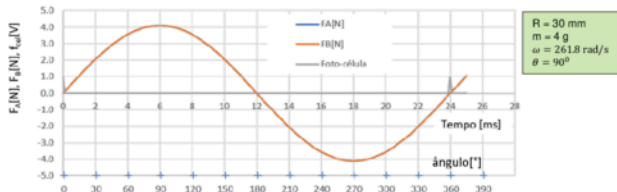
- Adicionando-se uma massa  $m$  no **plano central** do rotor, a um raio  $R$  e na posição angular indicada, tem-se:



- Registro no tempo da **componente horizontal das forças nos mancais** (projeção horizontal da força rotativa no sistema de coordenadas fixo dos mancais):

$$\begin{aligned} F_{Ar}(t) &= \frac{F_{in}}{2} \cos(\omega t - 90^\circ) \\ F_{Br}(t) &= \frac{F_{in}}{2} \cos(\omega t - 90^\circ) \end{aligned}, \quad F_{in} = mR\omega^2$$

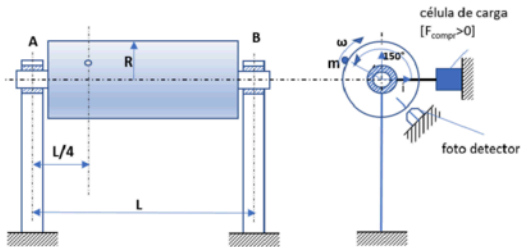
Registro no tempo - massa no centro do vão a  $90^\circ$



## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nas Forças nos Mancais

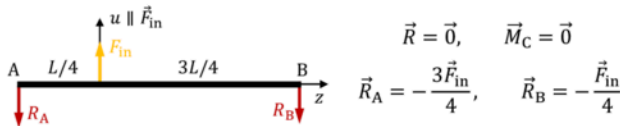
- Se a massa  $m$  for adicionada em um **plano** distando  $a = L/4$  do mancal A, na **posição angular**  $\theta = 150^\circ$ , tem-se:



- Força de inércia (centrífuga):

$$\vec{F}_{in} = F_{in} \angle 150^\circ = mR\omega^2 \angle 150^\circ = mR\omega^2 (-0.87\hat{i} + 0.5\hat{j})$$

- Reações nos mancais (equilíbrio de forças no referencial do rotor – **plano uz**):



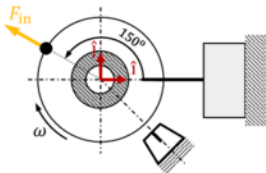
$$\vec{R} = \vec{0}, \quad \vec{M}_C = \vec{0}$$

$$\vec{R}_A = -\frac{3\vec{F}_{in}}{4}, \quad \vec{R}_B = -\frac{\vec{F}_{in}}{4}$$



Forças rotativas nos mancais

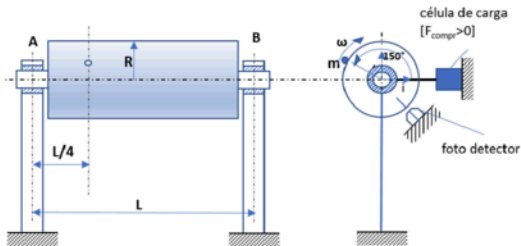
$$\begin{aligned} \vec{F}_A &= -\vec{R}_A = \frac{3\vec{F}_{in}}{4} = \frac{3F_{in}}{4} \angle 150^\circ \\ \vec{F}_B &= -\vec{R}_B = \frac{\vec{F}_{in}}{4} = \frac{F_{in}}{4} \angle 150^\circ \end{aligned}, \quad F_{in} = mR\omega^2$$



## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nas Forças nos Mancais

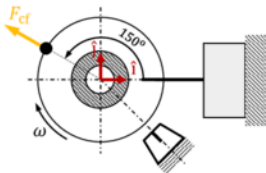
- Se a massa  $m$  for adicionada em um **plano distando**  $a = L/4$  do mancal A, na **posição angular**  $\theta = 150^\circ$ , tem-se:



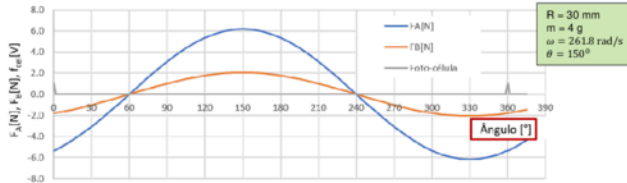
- Registro no tempo da **componente horizontal das forças nos mancais** (projeção horizontal da força rotativa no sistema de coordenadas fixo aos mancais):

$$F_{Ar}(t) = \frac{3F_{cf}}{4} \cos(\omega t - 150^\circ) \quad , \quad F_{in} = mR\omega^2$$

$$F_{Br}(t) = \frac{F_{cf}}{4} \cos(\omega t - 150^\circ)$$



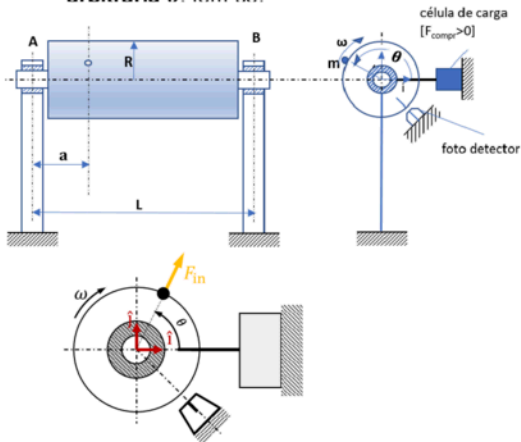
Registro referido a ângulo - massa deslocada a  $150^\circ$



## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nas Forças nos Mancais

- Supondo agora que a massa  $m$  é adicionada em um **plano qualquer** distando  $a$  do mancal A, na **posição angular**  $\theta$ , tem-se:



- Força de inércia (centrífuga):

$$\vec{F}_{in} = F_{in} \angle \theta = mR\omega^2 \angle \theta = mR\omega^2 (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j})$$

- Reações nos mancais (equilíbrio de forças no referencial do rotor – **plano uz**):

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{0}, & \vec{M}_C &= \vec{0} \\ \vec{R}_A &= -\vec{F}_{in} \left( \frac{L-a}{L} \right) \\ \vec{R}_B &= -\vec{F}_{in} \left( \frac{a}{L} \right) \end{aligned}$$

↓  
**Forças rotativas nos mancais**

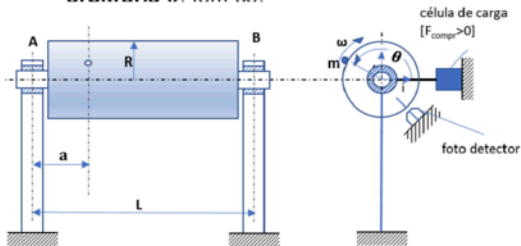
$$\begin{aligned} \vec{F}_A &= -\vec{R}_A = \vec{F}_{in} \left( \frac{L-a}{L} \right) = F_{in} \left( \frac{L-a}{L} \right) \angle \theta \\ \vec{F}_B &= -\vec{R}_B = \vec{F}_{in} \left( \frac{a}{L} \right) = F_{in} \left( \frac{a}{L} \right) \angle \theta \end{aligned}, \quad F_{in} = mR\omega^2 \quad (23)$$



## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

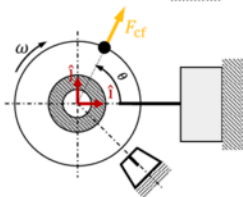
### ➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nas Forças nos Mancais

- Supondo agora que a massa  $m$  é adicionada em um **plano qualquer** distando  $a$  do mancal A, na **posição angular**  $\theta$ , tem-se:



- Registro no tempo da **componente horizontal das forças nos mancais** (projeção horizontal da força rotativa no sistema de coordenadas fixo aos mancais):

$$\begin{aligned} F_{Ar}(t) &= F_{in} \left( \frac{L-a}{L} \right) \cos(\omega t - \theta) \\ F_{Br}(t) &= F_{in} \left( \frac{a}{L} \right) \cos(\omega t - \theta) \end{aligned}, \quad F_{in} = mR\omega^2 \quad (24)$$

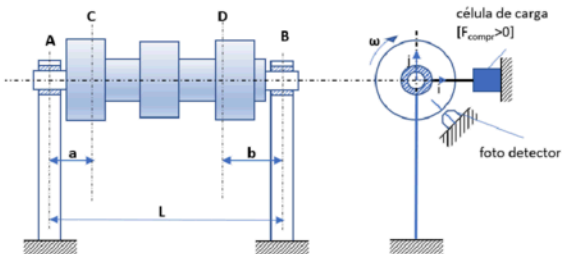


- $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$  sempre no mesmo plano e em fase com  $\vec{F}_{in}$ .
- As magnitudes de  $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$  podem variar dependendo da distância relativa dos mancais e o plano em que a massa é adicionada.
- $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$  estão associadas ao efeito da adição da massa de desbalanceamento nos mancais A e B.
- Determinando-se graficamente o módulo e fase (ângulo) de  $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$ , é possível expressá-los no sistema de referência do rotor.

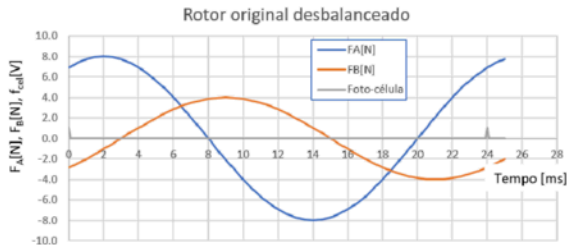
## ❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

### ➤ Exemplo de Balanceamento (Caso Geral)

- Digamos, agora, que o rotor instalado na balanceadora está **desbalanceado**, e as leituras nas células de carga dos mancais **A** e **B**, juntamente com o sinal de referência da fotocélula são os do gráfico mostrado. Deseja-se calcular os valores de  $m_C R_C$  e  $m_D R_D$  a serem **adicionados** nos planos de balanceamento **C** e **D**, assim como suas posições angulares, para balancear o rotor. Sabe-se ainda que  $a/L = 0,25$  e  $b/L = 0,2$ .



Forças em geral distintas e sem informações sobre o plano de desbalanceamento estático.



$T = 24 \text{ ms}$	$\vec{F}_A = 8 \angle 30^\circ = (6.93i + 4j) \text{ [N]}$
$\omega = 261.8 \text{ rad/s}$	$\vec{F}_B = 4 \angle 135^\circ = (-2.83i + 2.83j) \text{ [N]}$