

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

➤ Exemplo de Balanceamento (Caso Geral)

- Para a realização do balanceamento, massas devem ser adicionadas nos planos de balanceamento **C** e **D** de forma a **anularem os esforços medidos nos mancais**:

$$\vec{F}_A + \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{DA} = \vec{0}, \quad \vec{F}_B + \vec{F}_{CB} + \vec{F}_{DB} = \vec{0} \quad (25)$$

\vec{F}_A, \vec{F}_B : forças **medidas** nos mancais do rotor **original desbalanceado**.

$\vec{F}_{CA}, \vec{F}_{DA}$: efeito da adição das massas m_C e m_D no **mancal A**.

$\vec{F}_{CB}, \vec{F}_{DB}$: efeito da adição das massas m_C e m_D no **mancal B**.

- A influência da adição das massas de balanceamento nos planos **C** e **D** nas forças radiais dos mancais é determinada a partir da Eq. 23:

$$\vec{F}_C = m_C R_C \omega^2 \angle \theta_C = m_C R_C \omega^2 (\cos \theta_C \hat{i} + \sin \theta_C \hat{j})$$

$$\vec{F}_D = m_D R_D \omega^2 \angle \theta_D = m_D R_D \omega^2 (\cos \theta_D \hat{i} + \sin \theta_D \hat{j})$$

$$\vec{F}_{CA} = \vec{F}_C \left(\frac{L-a}{L} \right), \quad \vec{F}_{CB} = \vec{F}_C \left(\frac{a}{L} \right)$$

$$\vec{F}_{DA} = \vec{F}_D \left(\frac{b}{L} \right), \quad \vec{F}_{DB} = \vec{F}_D \left(\frac{L-b}{L} \right)$$

- Substituindo as equações acima na Eq. 25:

$$\vec{F}_A + \vec{F}_C \left(\frac{L-a}{L} \right) + \vec{F}_D \left(\frac{b}{L} \right) = \vec{0}, \quad \vec{F}_B + \vec{F}_C \left(\frac{a}{L} \right) + \vec{F}_D \left(\frac{L-b}{L} \right) = \vec{0} \quad \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{L-a}{L} \right) & \left(\frac{b}{L} \right) \\ \left(\frac{a}{L} \right) & \left(\frac{L-b}{L} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{F}_C \\ \vec{F}_D \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \vec{F}_A \\ \vec{F}_B \end{bmatrix} \quad (26)$$

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

➤ Exemplo de Balanceamento (Caso Geral)

- Resolvendo o sistema linear da Eq. 26 para \vec{F}_C e \vec{F}_D (usar calculadora), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \vec{F}_C \\ \vec{F}_D \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \left(\frac{L-a}{L}\right) & \left(\frac{b}{L}\right) \\ \left(\frac{a}{L}\right) & \left(\frac{L-b}{L}\right) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \vec{F}_A \\ \vec{F}_B \end{bmatrix}$$

Para valores dados



$$\begin{aligned} \vec{F}_C &= 12.09 \angle 23.3^\circ = (11.11\hat{i} + 4.79\hat{j}) \text{ [N]} \\ \vec{F}_D &= 7.30 \angle 163.8^\circ = (-7.00\hat{i} + 2.04\hat{j}) \text{ [N]} \end{aligned}$$

- Como $\vec{F}_C = m_C R_C \omega^2 \angle \theta_C$, $\vec{F}_D = m_D R_D \omega^2 \angle \theta_D$ e $\omega = 261.8 \text{ rad/s}$, então:

$$\begin{aligned} m_C R_C = u_C &= 176.46 \text{ g.mm}, & \theta_C &= 23.3^\circ \\ m_D R_D = u_D &= 106.46 \text{ g.mm}, & \theta_D &= 163.8^\circ \end{aligned}$$

- Se o rotor em questão tivesse uma **massa de 5 kg** e uma **rotação de operação de 4000 rpm**, em qual classe de balanceamento ele se encontrava antes de havermos iniciado o balanceamento?

- Planos de balanceamento internos aos mancais (Eq. 20)
- Pior condição no plano C



$$u_{ad} \leq \frac{M e_{ad}}{2}$$



$$e_{ad} \geq \frac{2 u_{ad}}{M} = 0.07 \text{ mm}$$

$\omega_{op} = 418.9 \text{ rad/s}$



$$\omega_{op} e_{ad} \cong 30 \text{ mm/s}$$

Classe ISO G40

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos

➤ Exemplo de Balanceamento (Caso Geral)

- Se o rotor devesse satisfazer a Classe ISO G6.3, qual seria a tolerância para os desbalanceamentos nos planos C e D?

$$\begin{cases} e_{ad}\omega_{op} \leq n \\ u_{ad} = Me_{ad} \end{cases} \Rightarrow u_{ad} \leq \frac{Mn}{\omega_{op}} \xrightarrow{\text{Planos de balanceamento internos aos mancais}} u_{adC} = u_{adD} = \frac{u_{ad}}{2} \leq \frac{Mn}{2\omega_{op}} \Rightarrow \boxed{u_{adC} = u_{adD} \leq 38 \text{ g} \cdot \text{mm}}$$

➤ Observações:

- Os coeficientes da matriz da Eq. 26 dependem da posição relativa entre os planos dos mancais e os planos de balanceamento.
- Atenção se é solicitada a adição ($m_i > 0$) ou retirada ($m_i < 0$) de massa de balanceamento.
- Geralmente rotores são balanceados em rotações diferentes da rotação de operação.

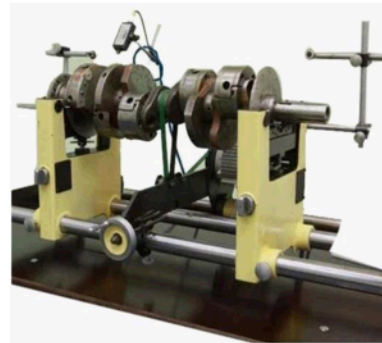


Conteúdo

1. Introdução e Objetivos
2. Tipos de Desbalanceamento
3. Rotores Rígidos Apoiados em Mancais Rígidos
 - 3.1 Esforços nos Mancais
 - 3.2 Balanceamento “Teórico”
 - 3.3 Classes de Balanceamento
- 4. Máquinas de Balanceamento**
 - 4.1 Máquinas de Balanceamento de Mancais Rígidos
 - 4.2 Máquinas de Balanceamento de Mancais Flexíveis**
5. Referências

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Flexíveis

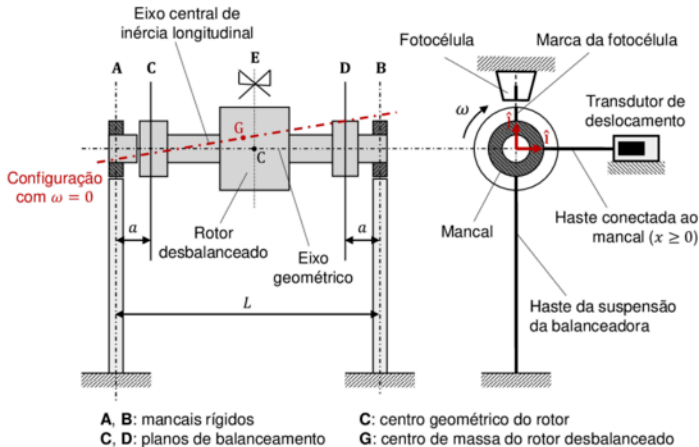
- Características: rotor rígido, mancais flexíveis e medição dos deslocamentos radiais dos **mancais** em uma direção perpendicular ao eixo de rotação.
- Esse tipo de máquina de balanceamento opera em rotações muito superiores às duas primeiras velocidades críticas do conjunto rotor-mancais, i.e. $\omega_{bal} \gg \Omega_{crit2} (r \gg 1)$.
- Portanto, **o eixo central principal longitudinal de inércia do rotor permanece fixo no espaço e o eixo geométrico gira em torno do eixo central de inércia**. Revisar velocidade crítica de rotores.
- Os **deslocamentos radiais medidos** dos mancais são oriundos do fato dos suportes dos mancais possuírem **rigidez muito baixa na direção de medição**. Isso permite que o rotor se mova livremente em uma direção perpendicular ao eixo de rotação.
- O balanceamento é realizado por meio da adição ou remoção de massas nos planos de balanceamento de forma a **reduzirem os deslocamentos medidos** dos mancais.
- Máquinas mais limitadas para o balanceamento de rotores com diferentes tamanhos e pesos em comparação com máquinas de mancais rígidos. Maior tempo de configuração, pois uma nova calibração é necessária toda vez que o peso e/ou velocidade de balanceamento do rotor mudam.



Máquina de balanceamento de mancais flexíveis horizontal.
Fonte: [IndiaMART](http://IndiaMART.com).

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Flexíveis

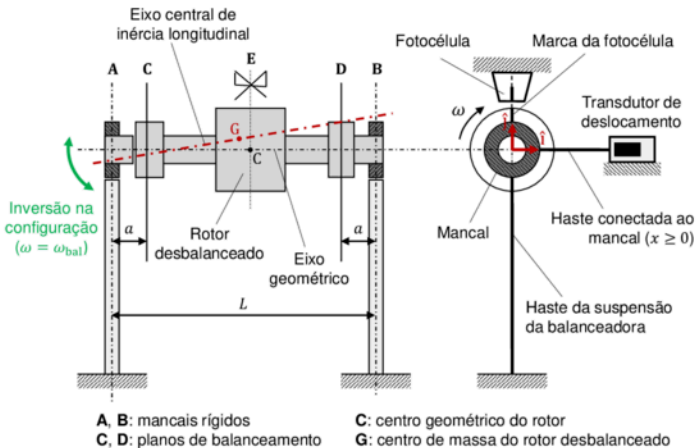
➤ Nomenclatura e Definição do Sistema de Referência Solidário ao Rotor



- Fotocélula importante para localizar o sistema de referência do rotor (móvel) em relação aos mancais (fixo).
- No instante em que a fotocélula é acionada, o versor \hat{i} solidário ao rotor aponta para a célula de carga.
- O versor \hat{j} é orientado a 90° de \hat{i} no **sentido contrário** à rotação do rotor.
- O sistema de referência solidário ao rotor é importante para a determinação dos esforços dinâmicos nos mancais e para a localização das massas de balanceamento nos planos balanceamento.

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Flexíveis

➤ Nomenclatura e Definição do Sistema de Referência Solidário ao Rotor

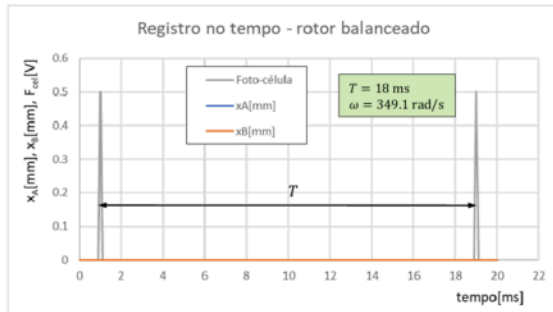
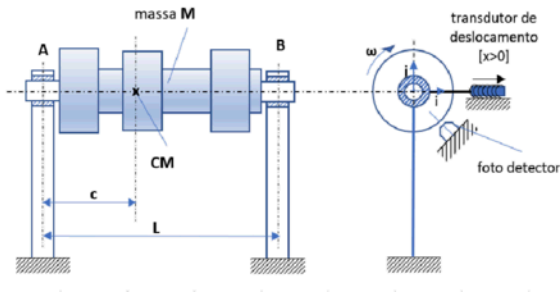


- $\omega = 0$: o eixo geométrico coincide com o eixo entre mancais, e o eixo central principal longitudinal de inércia é deslocado e/ou inclinado em relação ao eixo geométrico (desbalanceamento).
- $\omega = \omega_{bal}$: o eixo central principal longitudinal de inércia permanece fixo no espaço, e o eixo geométrico gira em torno do eixo central de inércia (inversão da posição relativa dos eixos).
 - A orientação do eixo central principal longitudinal de inércia coincide com a do eixo entre mancais na configuração de $\omega = 0$.
 - Devido ao movimento do eixo geométrico, os mancais são deslocados na direção de medição devido à baixa rigidez dos mesmos nessa direção.
 - Atenção para a posição relativa dos traços dos eixos geométrico e de inércia nos planos dos mancais.

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Flexíveis

➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nos Deslocamentos dos Mancais

- Inicialmente, suponha um rotor rígido, de massa M , **perfeitamente balanceado**, montado sobre uma máquina de balancear de mancais flexíveis, girando com velocidade angular ω_{bal} . O registro no tempo dos deslocamentos medidos nos transdutores dos de deslocamento nos mancais **A** e **B**, conjuntamente com o sinal do fotodetector, ficam:

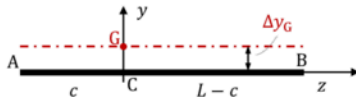
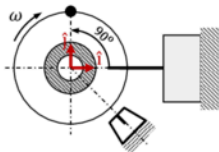
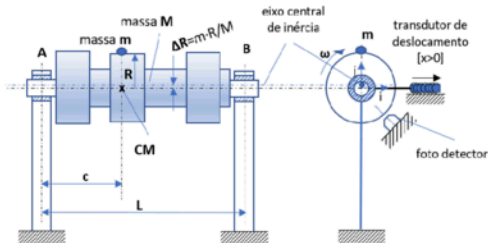


$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \theta_r = \omega t \quad (22)$$

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Flexíveis

➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nos Deslocamentos dos Mancais

- Adicionando-se uma massa $m \ll M$, no **plano radial pelo centro de massa** do rotor, a um raio R e na posição angular indicada, tem-se:



- Desbalanceamento adicionado:

$$\vec{u}_{des} = u_{des} \angle 90^\circ = mR \angle 90^\circ = mR \hat{j}$$

- Deslocamento do Centro de Massa*:

$$\Delta x_G = 0, \quad \Delta y_G = \frac{mR}{M}, \quad \Delta z_G = 0$$

- Inclinação do Eixo Central Longitudinal de Inércia ($\omega = 0$):

$$\gamma = 0$$

- Deslocamentos do Eixo Central de Inércia nos Planos dos Mancais ($\omega = 0$):

$$\begin{aligned} \vec{\Delta}_A &= \Delta y_G \hat{j} = \frac{mR}{M} \hat{j} = \frac{u_{des}}{M} \angle 90^\circ = \frac{\vec{u}_{des}}{M} \\ \vec{\Delta}_B &= \Delta y_G \hat{j} = \frac{mR}{M} \hat{j} = \frac{u_{des}}{M} \angle 90^\circ = \frac{\vec{u}_{des}}{M} \end{aligned}$$

(27)

❑ Máquinas de Balanceamento de Mancais Flexíveis

➤ Efeito de uma Massa de Desbalanceamento nos Deslocamentos dos Mancais

- Adicionando-se uma massa $m \ll M$, no **plano radial pelo centro de massa** do rotor, a um raio R e na posição angular indicada, tem-se:
- Deslocamentos **Medidos** do Eixo Central de Inércia nos Planos dos Mancais ($\omega = \omega_{bal}$):
- Registro no tempo da **componente horizontal dos deslocamentos dos mancais** (projeção horizontal dos deslocamentos no sistema de coordenadas fixo aos mancais):

$$\vec{\delta}_A = -\vec{\Delta}_A = -\frac{\vec{u}_{des}}{M}, \quad \vec{\delta}_B = -\vec{\Delta}_B = -\frac{\vec{u}_{des}}{M} \quad (28)$$

$\vec{\Delta}_l$: deslocamentos nos planos dos mancais do **eixo central de inércia em relação ao eixo geométrico**, geralmente definidos com o rotor parado.

$\vec{\delta}_l$: deslocamentos nos planos dos mancais do **eixo geométrico em relação ao eixo central de inércia**, geralmente definidos com o rotor girando (deslocamentos dos mancais efetivamente medidos).

$$\begin{aligned} X_A(t) &= -\frac{u_{des}}{M} \cos(\omega t - 90^\circ) \\ X_B(t) &= -\frac{u_{des}}{M} \cos(\omega t - 90^\circ) \end{aligned}, \quad u_{des} = mR \quad (29)$$

